

PREDICCIÓN PROBABILÍSTICA DE FENÓMENOS METEOROLÓGICOS CUANTIFICADOS CON UNA BASE EMPÍRICA

*por Anselmo Peinado Serna y Carlos Almarza Mata
Sección de Meteorología Hidrológica del I.N.M.*

Resumen

Se expone la teoría del análisis discriminante de Fisher, para el caso general de N parámetros y r tipos o especies, asignando una probabilidad de pertenencia a cada uno de ellos, con vistas a su aplicación a la predicción probabilista de fenómenos meteorológicos cuantificados, a partir de una base empírica y utilizando como predictores parámetros observados o previstos de confianza.

Se detalla la aplicación del método a uno de los casos para predicción de precipitación usados en la Sección de Meteorología Hidrológica del I.N.M.

Introducción y exposición del método

Ante un problema de clasificación FISHER (1) aplicó el análisis discriminante para determinar la especie o tipo $A_t (1 \leq t \leq r)$ a que pertenece un ejemplar de Iris versicolor o Iris setosa, a partir de la medición de anchuras y largos de sus pétalos y sépalos, en este caso 4 parámetros, X_p , pero en general N parámetros ($1 \leq p \leq N$) disponiendo previamente de una base empírica, constituida por

las medidas $X_{pt}^{(i)} (1 \leq i \leq n_t)$ tomadas sobre cada individuo (i) en muestras de tamaño n_t en cada uno de los tipos A_t . Su idea consistía en obtener una "función discriminante", lineal en estos parámetros,

$$[1] \quad Z_t^{(i)} = \sum_{p=1}^N \lambda_p x_{pt}^{(i)}$$

tal que, al descomponer la varianza total T en suma de la varianza entre tipos, E , y la varianza residual dentro de los tipos, R , resultase máxima la primera y mínima la segunda, es decir, máximo su cociente $E:R = G$. En (2) Sixto Ríos expone el caso de $r = 2$ tipos.

En el caso general de r tipos

$$[2] \quad T = \sum_{t=1}^r \sum_{i=1}^{n_t} (Z_t^{(i)} - \bar{Z})^2 = \sum_{t=1}^r \sum_{i=1}^{n_t} (Z_t^{(i)} - \bar{Z}_t)^2 + \sum_{t=1}^r n_t (\bar{Z}_t - \bar{Z})^2 = R + E$$

donde

$$[3] \quad n = \sum_{t=1}^r n_t$$

$$[4] \quad \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^r \sum_{i=1}^{n_t} Z_t^{(i)}$$

$$[5] \quad \bar{Z}_t = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} Z_t^{(i)}$$

con la relación entre medias

$$[6] \quad \bar{Z} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^r n_t \bar{Z}_t$$

Hemos de hacer máximo a

$$[7] \quad G = \frac{E}{R} = \frac{\sum_{t=1}^r n_t (\bar{Z}_t - \bar{Z})^2}{\sum_{t=1}^r \sum_{i=1}^{n_t} (Z_t^{(i)} - \bar{Z}_t)^2}$$

luego

$$[8] \quad \frac{\partial G}{\partial \lambda_p} = 0 \quad (1 \leq p \leq N)$$

sistema de N ecuaciones, tantas como parámetros tengamos.

Según [1] y [7]

$$E = \sum_{t=1}^r n_t \left[\sum_{p=1}^N \lambda_p (\bar{x}_{pt} - \bar{x}_p)^2 \right]$$

$$R = \sum_{t=1}^r \sum_{i=1}^{n_t} \left[\sum_{p=1}^N \lambda_p (x_{pt}^{(i)} - \bar{x}_{pt})^2 \right]$$

donde

$$[9] \quad \bar{x}_p = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^r \sum_{i=1}^{n_t} x_{pt}^{(i)}$$

$$[10] \quad \bar{x}_{pt} = \frac{1}{n_t} \sum_{i=1}^{n_t} x_{pt}^{(i)}$$

Por tanto, [8] nos quedará

$$[11] \quad R \frac{\partial E}{\partial \lambda_p} - E \frac{\partial R}{\partial \lambda_p} = 0 \quad (1 \leq p \leq N)$$

es decir, ($R \neq 0$, pues el caso $R = 0$ es trivial):

[12]

$$-\frac{E}{R} \sum_{t=1}^r n_t (\bar{x}_{pt} - \bar{x}_p) \cdot \sum_{k=1}^N \lambda_k (\bar{x}_{kt} - \bar{x}_k) - \sum_{t=1}^r \sum_{i=1}^{n_t} (x_{pt}^{(i)} - \bar{x}_{pt}) \sum_{k=1}^N \lambda_k (x_{kt}^{(i)} - \bar{x}_{kt}) = 0$$

y si llamamos S_{pk}^* las covarianzas ponderadas entre medias de los parámetros en cada tipo y S_{pk} las covarianzas entre los parámetros centrados cada uno a la media de su tipo, el sistema será

$$[13] \quad \sum_{k=1}^N \lambda_k (S_{pk}^* - \frac{E}{R} S_{pk}) = 0 \quad (1 \leq p \leq N)$$

sistema homogéneo, cuya condición de compatibilidad es la anulación del determinante $N \times N$

$$[14] \quad \left| S_{pk}^* - \frac{E}{R} S_{pk} \right| = 0$$

que dará N raíces $\frac{E}{R}$, que de acuerdo con [7] es el valor de G al maximizar, por lo que sólo nos interesa la mayor de todas, para resolver el sistema [13] a continuación, obteniendo así las λ_k ($1 \leq k \leq N$).

Al clasificar un elemento nuevo, se calcula su $Z^{(i)} = \sum_{p=1}^N \lambda_p x_p^{(i)}$ y se le asigna el tipo cuya media \bar{Z}_t esté más próxima a dicha $Z^{(i)}$, corriendo así el menor riesgo de equivocarse. Ahora bien, si se quiere asignar un grado de confianza, el Instituto Suizo de Meteorología (3), asigna una probabilidad teórica, supuestas normales las distribuciones de Z en cada tipo, pero esto no siempre ocurre así. Entonces podemos utilizar las frecuencias empíricas acumuladas, o la función de distribución que se ajuste, para cada tipo A_t , $F_t(Z)$, y en vez de la media utilizar la mediana (md) y sustituir la distancia geométrica por la frecuencial y admitir que las probabilidades de pertenecer al tipo A_t son proporcionales a

$$1 - F_t(Z^{(i)}) \quad \text{Si } Z^{(i)} \geq md_t$$

$$F_t(Z^{(i)}) \quad \text{Si } Z^{(i)} \leq md_t$$

excepto para el último tipo, es decir el de menor mediana, en que siempre será proporcional a $1 - F_r(Z^{(i)})$ y para el primer tipo, es decir, el de mayor mediana, en que siempre será proporcional a $F_1(Z^{(i)})$.

En su aplicación a la predicción, los individuos son las situaciones sinópticas y los tipos vendrían dados por las distintas manifestaciones del fenómeno meteorológico a predecir, ejemplos:

a) A_1 = lluvia nula o menor que 1 mm., A_2 = lluvia de 1 a 10 mm., A_3 = lluvia superior a 10 mm.; b) A_1 = sin tormenta, A_2 = tormenta sin granizo, A_3 = tormenta con granizo; c) A_1 = temperatura mínima $< -5^\circ\text{C}$; A_2 = mínima de -5°C a 0° , A_3 = mínima de 0 a 5°C , A_4 = mínima $> 5^\circ\text{C}$; d) A_1 = insolación $< 25\%$, A_2 = insolación del 25 % al 50 %, A_3 = insolación del 50 % al 75 %, A_4 = insolación $> 75\%$, etc. Los X_p serán predictores, que pueden ser parámetros observados o parámetros físicos previstos cuya predicción determinística sea de gran calidad, tales como geopotencial de 500 mb, componentes del viento en 500 mb y 1.000 mb, vorticidad, velocidad vertical, humedad del aire, temperaturas, etc., y que razonablemente pensemos que afectan al fenómeno meteorológico a predecir.

Aplicación a un caso de predicción cuantitativa de precipitación

Nos hemos limitado a caracterizar los tipos de lluvia en la región de Galicia en función de dos parámetros predictores que llamamos "HQ" y "VV", el primero es el producto de la humedad relativa de la columna atmosférica, por su contenido de agua precipitable, y el segundo, es la suma algebraica de las velocidades verticales en los niveles de 850 mb, y 700 mb, tanto en el primero como el segundo se calculan en la vertical de La Coruña, utilizando los valores de humedades específicas, temperaturas y velocidades verticales que diariamente se reciben del Centro Europeo de Predicción.

El agua precipitable de la columna se ob-

tiene, (4) y (5), integrando la expresión $dQ = -S \frac{q}{g} dp$ que nos da el agua contenida en un elemento diferencial de volumen, donde S es la sección del elemento de volumen, q es la humedad específica, g la aceleración de la gravedad y dp la variación de presión correspondiente a la altura del elemento de volumen. Si expresamos q en gramos de vapor por kilogramo de aire húmedo; g en cm/seg^2 y p en mb, el agua precipitable vendrá dada en centímetros de precipitación equivalente, al considerar la columna de sección 1 m^2 .

La integración se realiza entre el suelo, presión = P_0 y la presión de 400 mb en que suponemos que la humedad específica a este nivel es nula:

$$Q = - \int_{P_0}^{400} \frac{q}{g} dp = \frac{1}{g} \int_{400}^{P_0} q dp$$

Puesto que solamente utilizamos los datos de humedad específica a las presiones de 1.000 mb, 850 mb y 700 mb, (6) y (7), sustituimos la integral anterior por la expresión:

$$Q = \frac{1}{g} \sum \bar{q} \Delta p = \frac{1}{g} \left[\frac{q_{1000} + q_{850}}{2} (1.000 - 850) + \frac{q_{850} + q_{700}}{2} (850 - 700) + \frac{q_{700}}{2} (700 - 400) \right] \approx 0,75 (q_{1000} + 2q_{850} + 3q_{700})$$

en la que el agua precipitable viene expresada en mm de lluvia equivalente.

Por otra parte, el agua precipitable máxima que pudiera contener la columna, según su estructura térmica, la estimamos a partir de las temperaturas de 850 mb y 700 mb, de manera que si q'_{850} es la humedad específica máxima en 850 mb y q'_{500} la correspondiente a 500 mb y suponiendo ahora que a 300 mb es nulo el contenido del vapor de agua y considerando que la humedad específica media en el estrato comprendido entre los

niveles de 1.000 mb y 700 mb es q'_{850} y análogamente q'_{500} en el espesor entre 700 mb y 300 mb, tenemos:

$$Q' = \frac{1}{g} \left[q'_{850} (1000 - 700) + q'_{500} (700 - 300) \right] \approx 3q'_{850} + 4q'_{500}$$

expresada el agua precipitable máxima también en mm de precipitación equivalente.

Entonces el índice utilizado "HQ" para caracterizar el contenido de humedad de la columna es "HQ" = $\frac{Q}{Q'}$ Q y este parámetro es el primero de los dos predictores.

Las velocidades verticales no son otra cosa que el valor de $\omega = \frac{d}{dt}(\sigma P_s)$ donde $\sigma = \frac{P}{P_s}$ es la coordenada vertical, (8), en el sistema de coordenadas introducido por Phillips (1957), sistema por otra parte, (9), elegido para el modelo que utiliza el Centro Europeo de Predicción a Plazo Medio.

Se podrían haber utilizado otros parámetros predictores, como gradientes de presión en superficie y altura de la superficie de 700 mb, (10), componentes del viento en superficie y 500 mb, (3), humedad relativa a distintos niveles, vorticidad, etc., pero la estrecha relación puesta de manifiesto por J.J. O'Brien, (11), entre el movimiento vertical y la configuración de las zonas de inestabilidad y consecuentemente de precipitaciones, y los resultados obtenidos al valorar distintos métodos de cálculo de velocidad vertical por contraste entre cantidades de precipitaciones, (12), observadas y las obtenidas a partir de las velocidades verticales, nos han inclinado a considerar los dos predictores citados por ser, además, sus valores pronosticados de una forma rutinaria por el Centro Europeo de Predicción.

Elegidos, pues, los parámetros "HQ" y "VV" como elementos predictores de la precipitación en el Noroeste peninsular se anali-

za, a continuación, mediante el método propuesto, la base empírica constituida, previamente clasificada en los tres tipos siguientes:

Tipo A: Constituido por los casos en los que no se registró lluvia > 1 mm en ninguna de las estaciones sinópticas de la zona.

Tipo B: Con los casos en que la precipitación máxima observada por lo menos en una estación de la región fue de 1 a 10 mm.

Tipo C: En que al menos una de las cantidades recogidas de precipitación fue superior a 10 mm.

Los parámetros predictores se refieren a las 12 horas TMG del día, mientras que las precipitaciones son las observadas desde las 06 horas anteriores a las 06 horas del día siguiente.

La base empírica es relativamente pequeña y se ha constituido con los 96 casos que se exponen en el cuadro 1 y se refieren al mes de diciembre de 1980, enero y febrero de 1981, y diciembre de 1982.

En la figura 1 se muestra mediante un diagrama de puntos la distribución de los distintos tipos en función de la velocidad vertical "VV" y del índice de humedad "HQ".

Nos proponemos a continuación, siguiendo el método descrito del análisis discriminante, encontrar una función de la forma $Z = \lambda_1 HQ + \lambda_2 W$ cuyo fin es el de clasificar con la mayor precisión posible a cada caso dentro de cada uno de los tres tipos de tiempo:

- A) Sin precipitación > 1 mm.
- B) Precipitaciones de 1 a 10 mm, y
- C) Precipitaciones > 10 mm.

CUADRO 1

Base empírica

A. NO HAY PRECIP. > 1 mm			B. PRECIP. de 1 a 10 mm			C. PRECIP. > 10 mm		
i	HQ	VV	i	HQ	VV	i	HQ	VV
1	2	4	1	8	10	1	11	0
2	3	0	2	15	6	2	14	-13
3	3	10	3	4	-6	3	15	-4
4	12	12	4	11	-4	4	20	-9
5	8	8	5	11	0	5	12	-5
6	2	5	6	11	4	6	19	-2
7	8	9	7	13	-2	7	12	-6
8	2	-5	8	3	-1	8	21	-12
9	3	7	9	6	4	9	13	-4
10	5	-1	10	7	-1	10	13	-7
11	4	2	11	11	-2	11	15	-3
12	3	6	12	8	4	12	15	1
13	8	14	13	9	-6	13	11	-10
14	8	12	14	7	0	14	12	-8
15	6	3	15	7	5	15	27	-6
16	3	1	16	9	10	16	21	-11
17	6	12	17	8	13	17	27	-24
18	14	4	18	15	6	18	9	-3
19	2	4	19	9	-3	19	13	-12
20	3	3	20	7	-4	20	15	-18
21	4	1	21	11	5	21	14	-11
22	5	3	22	17	-5	22	12	-16
23	3	-8	23	14	-7	23	20	-28
24	5	7	24	17	-7	24	18	-9
25	2	-1	25	9	-6	25	21	-10
26	10	9	26	8	2	26	7	0
27	4	2	27	8	4	27	21	-12
28	2	11	28	9	11	28	10	-9
29	9	9	29	10	7	29	14	-6
30	3	5	30	6	10	30	3	-4
31	14	5	31	10	0	31	10	-7
32	1	14	32	15	3	32	17	-7

COLECTIVO A

$$\overline{HQ}_A = 5,2188$$

$$S_{HQ} = 3,5627$$

$$\overline{VV}_A = 5,2188$$

$$S_{VV} = 5,2838$$

COLECTIVO B

$$\overline{HQ}_B = 9,7813$$

$$S_{HQ} = 3,4987$$

$$\overline{VV}_B = 1,5625$$

$$S_{VV} = 5,7973$$

$$\overline{HQ} = 10,0209$$

COLECTIVO C

$$\overline{HQ}_C = 15,0625$$

$$S_{HQ} = 5,3517$$

$$\overline{VV}_C = -8,5938$$

$$S_{VV} = 6,4200$$

$$\overline{VV} = -0,6042$$

El sistema homogéneo en λ_1 y λ_2 tomará la forma:

$$\lambda_1 (S_{11}^* - \frac{E}{R} S_{11}) + \lambda_2 (S_{12}^* - \frac{E}{R} S_{12}) = 0$$

$$\lambda_1 (S_{21}^* - \frac{E}{R} S_{21}) + \lambda_2 (S_{22}^* - \frac{E}{R} S_{22}) = 0$$

donde, teniendo en cuenta que $n_1 = n_2 = n_3 = 32$ y que,

$$S_{11} = \sum_{i=1}^{32} (HQ_A^{(i)} - \overline{HQ}_A)^2 + \sum_{i=1}^{32} (HQ_B^{(i)} - \overline{HQ}_B)^2 + \sum_{i=1}^{32} (HQ_C^{(i)} - \overline{HQ}_C)^2 = 1.660,7825$$

$$S_{12} = S_{21} = \sum_{i=1}^{32} (HQ_A^{(i)} - \overline{HQ}_A)(VV_A^{(i)} - \overline{VV}_A) + \sum_{i=1}^{32} (HQ_B^{(i)} - \overline{HQ}_B)(VV_B^{(i)} - \overline{VV}_B) + \sum_{i=1}^{32} (HQ_C^{(i)} - \overline{HQ}_C)(VV_C^{(i)} - \overline{VV}_C) = 403,4014$$

$$S_{22} = \sum_{i=1}^{32} (VV_A^{(i)} - \overline{VV}_A)^2 + \sum_{i=1}^{32} (VV_B^{(i)} - \overline{VV}_B)^2 + \sum_{i=1}^{32} (VV_C^{(i)} - \overline{VV}_C)^2 = 3.185,0363$$

$$S_{11}^* = 32 \left[(\overline{HQ}_A - \overline{HQ})^2 + (\overline{HQ}_B - \overline{HQ})^2 + (\overline{HQ}_C - \overline{HQ})^2 \right] = 1.553,1297$$

$$S_{12}^* = S_{21}^* = 32 \left[(\overline{HQ}_A - \overline{HQ})(\overline{VV}_A - \overline{VV}) + (\overline{HQ}_B - \overline{HQ})(\overline{VV}_B - \overline{VV}) + (\overline{HQ}_C - \overline{HQ})(\overline{VV}_C - \overline{VV}) \right] = 2.200,3884$$

$$S_{22}^* = 32 \left[(\overline{VV}_A - \overline{VV})^2 + (\overline{VV}_B - \overline{VV})^2 + (\overline{VV}_C - \overline{VV})^2 \right] = 3.277,9400$$

y la condición de compatibilidad del mismo será la anulación del determinante

$$\begin{vmatrix} S_{11}^* - \frac{E}{R} S_{11} & S_{12}^* - \frac{E}{R} S_{12} \\ S_{21}^* - \frac{E}{R} S_{21} & S_{22}^* - \frac{E}{R} S_{22} \end{vmatrix} = 0$$

que implica la siguiente ecuación de segundo grado en $(\frac{E}{R})$

$$5.126.919,860 \left(\frac{E}{R}\right)^2 - 8.615.439,508 \frac{E}{R} + 249.356,0 = 0$$

cuyas raíces son:

$$\left(\frac{E}{R}\right)_M = 1,6510 \quad \left(\frac{E}{R}\right)_m = 0,0295$$

La mayor será evidentemente la búsqueda y entonces el sistema homogéneo admitirá la siguiente solución, u otra proporcional,

$$\lambda_1 = -1,5343 \quad \lambda_2 = 1,1885$$

y la función discriminante será de la forma

$$Z = -1,5343 \text{ HQ} + 1,1885 \text{ VV}$$

En el cuadro 2 se han dispuesto las series ordenadas, constituidas con los valores que toma la función discriminante para la base empírica de los tres tipos de tiempo y se han determinado, para contrastar la normalidad de los colectivos, los coeficientes de asimetría Sk y de curtosis Ku , resultando que, en este caso, los tres tipos pueden considerarse muestras procedentes de una población normal.

En la figura 2 se muestra la distribución de frecuencias empíricas acumuladas, de los tres tipos, en la que se asigna al elemento i en la serie ordenada la frecuencia $\frac{i}{n_t+1}$, con interpolación lineal para las frecuencias intermedias y prolongando linealmente con la pendiente media de los últimos puntos, para frecuencias inferiores a $\frac{1}{n_t+1}$ o superiores a $\frac{n_t}{n_t+1}$.

La técnica de la previsión puede verse a través de los siguientes ejemplos reales:

1).- Día 1 de febrero de 1983. Predicción para el período entre 6 horas del día 3 y 6 horas del día 4 de febrero: A partir de los datos previstos por el Centro Europeo de Predicción a Plazo Medio, para el Día D + 2, se obtiene, en la vertical de la zona, HQ = 3 mm y VV = 5 mb/h. a los que corresponde $Z = 1,3396$, con probabilidades P(A), P(B) y P(C), según la distribución empírica,

$$\frac{P(A)}{20,9978/33} = \frac{P(B)}{2,4394/33} = \frac{P(C)}{0}$$

de donde

$$P(A) = 89,6 \text{ por ciento}; P(B) = 10,4 \text{ por ciento}$$

$$P(C) = 0 \text{ por ciento}$$

y, ajustando una distribución normal,

$$\frac{P(A)}{\Phi(0,4588)} = \frac{P(B)}{1 - \Phi(1,5292)} = \frac{P(C)}{1 - \Phi(2,5687)}$$

$$\frac{P(A)}{0,677} = \frac{P(B)}{0,063} = \frac{P(C)}{0,005}$$

de donde

$$P(A) = 90,9 \text{ por ciento}; P(B) = 8,4 \text{ por ciento}$$

$$P(C) = 0,7 \text{ por ciento}$$

Lo ocurrido fue que no se registró precipitación en las estaciones sinópticas de la zona, Tipo A.

2).- Día 22 de febrero de 1983. Valores previstos para el día D + 2, 24 de febrero, HQ = 30 mm, VV = -21 mb/h; $Z = -70,9875$

Con la distribución empírica

$$\frac{P(A)}{0} = \frac{P(B)}{0} = \frac{P(C)}{32,14/33}$$

de donde P(A) = 0 por ciento,

P(B) = 0 por ciento P(C) = 100 por ciento

y con la normal ajustada

$$\frac{P(A)}{\Phi(-10,1001)} = \frac{P(B)}{\Phi(-6,1146)} = \frac{P(C)}{1 - \Phi(-2,7906)}$$

$$\frac{P(A)}{0} = \frac{P(B)}{0} = \frac{P(C)}{0,9974}$$

es decir, igual que con la empírica.

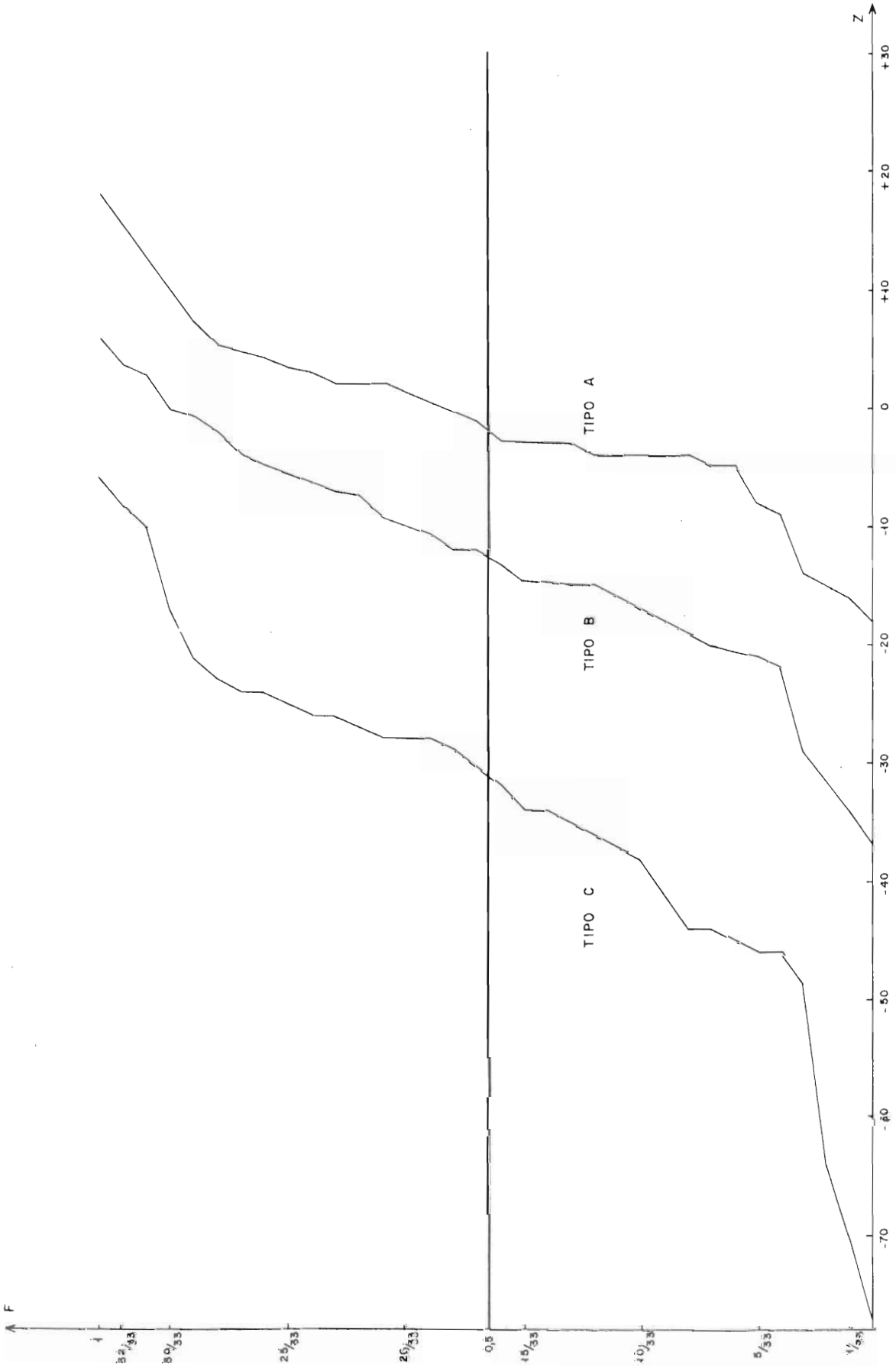
El día 24 se registraron 68 mm en Santiago, 65 en Pontevedra, 38 en Vigo (A), 19 en Lugo, 9 en Orense y 5 en La Coruña, o sea, tipo C.

CUADRO 2

VALORES DE LA FUNCION DISCRIMINANTE $Z = -1,5343 HQ + 1,1885 VV$

Tipo A (no hay prec. > 1 mm)		Tipo B (prec. de 1 a 10 mm)		Tipo C (prec. > 10 mm)	
i	Z _A	i	Z _B	i	Z _C
1	-16,7250	1	-34,4117	1	-69,9573
2	-15,5362	2	-32,0271	2	-63,9724
3	-14,1133	3	-29,8018	3	-48,5589
4	- 9,0126	4	-22,3235	4	-46,4859
5	- 8,8603	5	-21,6325	5	-46,4859
6	- 5,6394	6	-20,9415	6	-45,2971
7	- 4,9484	7	-20,9415	7	-44,4129
8	- 4,6438	8	-19,2549	8	-44,1083
9	- 4,6029	9	-18,8451	9	-41,3852
10	- 4,2574	10	-17,3751	10	-38,3166
11	- 4,1460	11	-16,8773	11	-37,4324
12	- 4,1051	12	-15,8817	12	-36,9346
13	- 3,7596	13	-15,8817	13	-34,5570
14	- 3,7596	14	-15,4953	14	-34,4047
15	- 3,4144	15	-15,3430	15	-34,2115
16	- 3,1095	16	-13,2700	16	-31,5293
17	- 2,7640	17	-12,1221	17	-28,7653
18	- 1,5752	18	-11,9282	18	-28,6130
19	- 1,0365	19	-10,9333	19	-28,2675
20	0,6501	20	-10,7401	20	-27,9220
21	1,3411	21	- 9,8948	21	-27,7697
22	1,6866	22	- 7,5192	22	-26,5809
23	1,6866	23	- 7,5192	23	-26,0422
24	1,9912	24	- 7,0144	24	-25,5444
25	2,5299	25	- 5,7917	25	-24,7011
26	2,8754	26	- 4,7961	26	-24,3556
27	3,7187	27	- 4,4505	27	-23,6646
28	4,3688	28	- 1,9207	28	-21,8257
29	5,0598	29	- 0,7209	29	-17,3751
30	7,2851	30	- 0,3864	30	-16,8773
31	10,0082	31	2,6922	31	-10,7401
32	15,1089	32	3,1800	32	- 9,3581

\bar{Z}_A	= -1,8031	\bar{Z}_B	= -13,1303	\bar{Z}_C	= -33,3261
S_{n-1}	= 6,8499	S_{n-1}	= 9,4622	S_{n-1}	= 13,4957
K_u	= 3,4489	K_u	= 2,6964	K_u	= 3,6429
S_K	= -0,0374	S_K	= -0,3101	S_K	= -0,6894
md_A	= -2,9375	md_B	= -12,6905	md_C	= -30,1473



FRECUENCIAS EMPIRICAS ACUMULADAS DE LA FUNCION DISCRIMINANTE $Z = -1,5343 HQ + 1,1885 VV$

FIG. 2

3).- Día 26 de febrero de 1983. Valores previstos para el día D + 2, 28 de febrero, HQ = 10 mm, VV = 1 mb/h, Z = -14,1545. Con la distribución normal ajustada,

$$\frac{P(A)}{\Phi(-1,8032)} = \frac{P(B)}{\Phi(-0,1082)} = \frac{P(C)}{1-\Phi(1,4206)}$$

$$\frac{P(A)}{0,0357} = \frac{P(B)}{0,457} = \frac{P(C)}{0,0777}$$

de donde

P(A) = 6,2 por ciento; P(B) = 80,2 por ciento,
P(C) = 13,6 por ciento

y con la distribución empírica,

$$\frac{P(A)}{2,971/33} = \frac{P(B)}{15,573/33} = \frac{P(C)}{2,556/33}$$

de donde

P(A) = 14,1 por ciento; P(B) = 73,8 por ciento,
P(C) = 12,1 por ciento

El día 28 de febrero se registraron 1 mm en La Coruña, Pontevedra y Vigo e ip en Lugo y Santiago, es decir, tipo B rondando al A.

RECONOCIMIENTOS

Agradecemos la colaboración prestada por D^a María del Carmen Duránte Relea, en el tratamiento informático de los datos.

REFERENCIAS

- (1) FISCHER, R.A.: "Statistical Methods for Research Workers". Edimburgo 1946.
- (2) RIOS, S.: "Métodos Estadísticos". Madrid 1971.
- (3) ALTHER, J.D. y otros: "Prevision objective des hauteurs de precipitations et de l'ensoleillement relatif au moyen de l'analyse discriminante". 1982 Publicación del Instituto Suizo de Meteorología.
- (4) DOPORTO, M.: "Las lluvias Orográficas". Aplicación a la Sierra de Grazalema. 1927. Anales de la Sociedad Española de Meteorología.
- (5) WIESNER, C.J.: "Hydrometeorology". Cahmen and Hall. Inglaterra 1970.
- (6) LABAJO y otros: "Estudio sobre la estimación de la cantidad de agua precipitable en función de la temperatura del punto de rocío en superficie". 1982 Revista de Meteorología de la Asociación Meteorológica Española.
- (7) PETERSON, K. R.: "A Precipitable Water Nomogram". 1961, Bull Am. Met. Soc. Vol. 42, núm. 2, p. 119.
- (8) ROSSEAU, D.: "Les Modeles de Prevision Numerique". La Meteorologie. 1976 núm. 7, pág. 100-134.
- (9) E.C.M.W.F.: "Global Forecasting System". E.C.M.W.F. 1979.
- (10) THOMSON, J.C.: "A Numerical Method for Forecasting Rainfall in the Los Angeles Area". Month Weather Rev. 1950. Vol. 78, núm. 7, pág. 113.
- (11) O'BRIEN, J.J.: "Alternative Solutions to the Classical Vertical Velocity Problem". 1970 Jour Appl. Meteorology. Vol. 9, núm. 2, pág. 197.
- (12) ABDEL, M.M.: "On the calculations of Vertical Motion". 1981 Mausan 32, 3, 291.