

ESTUDIO DE LA SOBREVELOCIDAD EN ANEMOMETROS DE CAZOLETA

Por J. Agustín García García
Departamento de Termodinámica. Facultad de Ciencias.
Universidad de Extremadura. Badajoz.

1. Introducción

El anemómetro de cazoleta es un instrumento ampliamente utilizado en medidas micrometeorológicas, porque es un instrumento simple, robusto, comparable y de bajo costo, que además apenas requiere mantenimiento. Su mayor ventaja desde el punto de vista operacional es que no necesita un alineamiento con la dirección del viento, por lo que el aparato es ideal para medidas sin pérdida de continuidad.

La principal desventaja del aparato es la llamada sobrevelocidad debida a la respuesta no lineal del instrumento a la velocidad fluctuante del viento.

Los anemómetros son normalmente calibrados en túneles de viento, encontrando la respuesta del instrumento a distintas velocidades horizontales y estacionarias del viento. Ahora bien, en condiciones reales el flujo es turbulento y la no linealidad del instrumento hace que indique una velocidad media mayor a la real. MacCready (1966) distingue 2 tipos de errores dinámicos, el w-error y el u-error, así como un error en el procesamiento de datos o PD-error. El w-error se produce cuando la lectura dada por un instrumento se desvía del valor $u \cos \theta$ que debería de dar si fuese atacado con un ángulo $\pm \theta$ con respecto a la horizontal. Dicho autor obtiene errores, dependiendo de la inestabilidad, de hasta un 8 % para el tipo de aparatos que estamos comentando.

El u-error procede del hecho de que el instrumento responde mejor al aumento de velocidad

que a las disminuciones, lo que da lugar a una sobrestimación de la velocidad media real. Así Busch (1965) y MacCready demuestran que dicho error es proporcional a la intensidad de la turbulencia σ/\bar{u} , dependiendo en todo caso de la constante en distancia del aparato.

El DP-error procede de tomar como velocidad del viento a lo largo del flujo medio (flujo en la dirección media), la velocidad dada por el instrumento. Este error tiene su fundamento en el hecho de usar un instrumento de medir el módulo de la velocidad, para medir la velocidad a lo largo del flujo medio.

Así tenemos, que si \bar{u} es la velocidad dada por el aparato, \bar{u}_1 es la velocidad a lo largo del flujo medio, tendremos que:

$$u = \bar{u} + u' = (\bar{u}_1 + u'_1)^2 + u'_2{}^2$$

en donde u es la velocidad instantánea y las velocidades primadas corresponden a las velocidades fluctuantes.

Se puede ver fácilmente que:

$$\bar{u} = \bar{u}_1 [1 + (u'_2{}^2/2u_1^2)]$$

$$u' = u'_1 + (\bar{u}_1 [(u'_2/\bar{u}_1)^2 - (u'_2/\bar{u}_1)^2]/2)$$

En donde vemos que el error DP viene dado por el término:

$$1 + (\bar{u}_2^2/2u_1^2) = 1 + (\sigma^2/2u_1^2)$$

ahora bien σ_w/\bar{u}_1 aumenta con la inestabilidad (Lumley 1964), lo que induce que el DP-error puede aumentar con la inestabilidad, llegando a ser importante como se verá más adelante.

Izumi (1970) compara los valores dados por un anemo de cazoleta con los dados por un anemo sónico, para los datos de la campaña de Kansas, obteniendo valores para la sobrevelocidad de hasta un 10 %, no obstante, este valor es cuestionado por Hyson (1972), quien midiendo la velocidad del aire mediante un anemo de cazoleta con la ayuda de la solución numérica de su ecuación dinámica, cuyos valores de entrada son las variaciones registradas por el anemo de hilo caliente, encuentra que la sobrevelocidad de su anemo (el cual no parecía ser muy diferente del usado por Izumi) no difería más allá del 3 % en estratificación neutra.

Basados sobre los hallazgos de Hyson (1972) y algunos otros argumentos, Gill (1973) sugirió que el inesperado alto valor del u-error obtenido por Izumi, fue debido a la calibración del anemo de cazoletas. No obstante, Izumi rechazó tal sugerencia. Wingaard, Bauman y Lynch (1974) de aquí en adelante WBL, derivaron una ecuación dinámica general para el anemo de cazoleta, ecuación que es también derivada por Kaganov y Yaglom (1975) mediante otros argumentos, llegando en este último caso a los resultados de Hyson. Asimismo Busch y Kristensen (1976), basándose en las ecuaciones deducidas por WBL, llegan a que únicamente en casos extremos es posible alcanzar una sobrevelocidad del 10 %. Tales casos ocurren cuando la constante en distancia lo es del orden de 10 veces la altura de medida.

Asimismo Kaganov y Yaglom, calculan el w-error llegando a la conclusión que no sobrepasa el 6 %, valor que concuerda con el w-error dado por MacCready.

No obstante quedaba aún por justificar la diferencia encontrada por Izumi. Wieringa (1980), reanalizando los datos de Kansas, encuentra una justificación para tal diferencia en la perturbación introducida por unos obstáculos colocados en las

plataformas en las que estaban los brazos que soportaban a los instrumentos. Llegando a la conclusión que los datos obtenidos por Izumi estaban sobreestimados en un 4 %.

En los trabajos desarrollados por Busch-Kristensen, y Kaganov-Yaglom, utilizaron para el cálculo del u-error los espectros dados por Kaimal (1972, 1973). Ahora bien, dichos espectros seguían la teoría de la similaridad *únicamente* para valores elevados de la frecuencia reducida $f = nz/\bar{u}$ (para los casos estables en todo el rango de frecuencias), para bajas frecuencias dichos espectros se separan de la teoría de similaridad, empezando a depender de z_0 , la altura de la PBL, Kaimal (1978), Panofsky (1977), Højstrup (1982).

El fin del presente trabajo es introducir en la teoría de Busch-Kristensen, los espectros desarrollados por Højstrup y Kaimal para así tener en cuenta la falta de similaridad en dichos espectros a baja frecuencia. Los cálculos han sido realizados para un anemo 1074 de la MRI, sensor utilizado en el centro de investigación de la baja atmósfera, CIBA, de la Universidad de Valladolid, cuya constante en distancia es de 18 pies.

2. Ecuación dinámica para el anemómetro de cazoleta

Empezaremos por dar una ecuación simplificada que nos muestre los aspectos dinámicos del anemo. Fijémonos en la fig. 1.

Sean C_d y C_D los coeficientes de arrastre de las partes frontal y trasera de las cazoletas, A el área normal al viento, $u = \bar{u} + u'$ la velocidad del aire y $s = \bar{s} + s'$ la velocidad del anemo. El par producido será:

$$T = \rho Ar (C_D (\bar{u} + u' - \bar{s} - s')^2 - C_d (\bar{u} + u' + \bar{s} + s')^2)/2 \quad [1]$$

Paterson (1926) y posteriores investigadores han mostrado que T depende fuertemente de la posición angular. Nosotros supondremos que la ecuación [1] está promediada sobre el período básico de la rotación de la cazoleta.

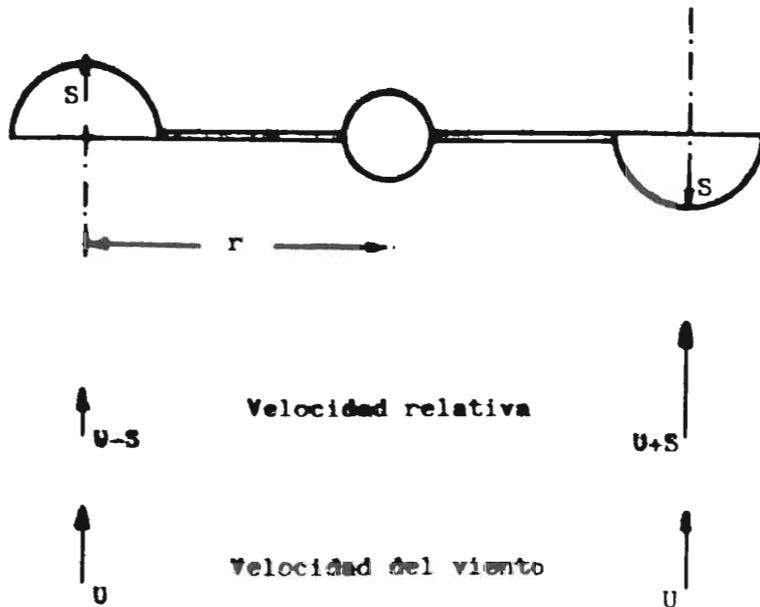


Figura 1.—Representación esquemática de un anemómetro de cazoleta.

En condiciones de viento estacionario, el par se anula, y el anemómetro gira a velocidad periférica $\bar{s} = k\bar{u}$ con $s' = 0$, en donde k es del orden de 0,3. Expresando la condición de estacionaridad $T = 0$.

$$C_D (\bar{u}^2 - 2\bar{u}\bar{s} + \bar{s}^2) = C_d (\bar{u}^2 + 2\bar{u}\bar{s} + \bar{s}^2) \quad [2]$$

Combinando [1] y [2] tenemos:

$$T = \left[\frac{2 \rho r C_D A k \bar{u}^2}{(1+k)^2} \right] (1-k^2) \frac{(u'/\bar{u}) - (1-k^2)(s'/\bar{s}) + (u'/\bar{u})^2 + k^2(s'/\bar{s})^2 - (1+k^2)[(s'u')/(\bar{s}\bar{u})]}{[2]} \quad [3]$$

A partir de [3] ya aparecen algunas de las características no-lineales del instrumento. Considerar por ejemplo la respuesta inicial a un rápido cambio u' en la velocidad del viento, con el anemómetro inicialmente en equilibrio tal que $s' = 0$. De [3] tenemos (siendo I el momento polar de inercia):

$$(I/r) (ds'/dt) = T = \left[\frac{2 \rho r C_D A k \bar{u}^2}{(1+k)^2} \right] (1-k^2) \frac{(u'/\bar{u}) + (u'/\bar{u})^2}{[2]} \quad [4]$$

La ecuación [4] indica que para fluctuaciones finitas de la velocidad del viento, el anemómetro responde mejor al aumento de la velocidad $u' > 0$ que a la disminución $u' < 0$. Esta es la causa de la sobrevelocidad, el ya citado u -error.

Para examinar la influencia de la inercia del anemómetro, examinemos la ecuación [3], y supongamos que u' y s' sean infinitésimos de primer orden. La ecuación del movimiento será:

$$(I/r) (ds'/dt) = [2\rho r C_d A \bar{u} (1-k^2)] \times (1+k)^{-2} (ku' - s') \quad [5]$$

que podemos escribir:

$$(L/\bar{u}) (ds'/dt) + s' = ku' \quad [6]$$

en donde $L = I/\rho r^2 CA$ y C es un coeficiente efectivo de arrastre. L tiene unidades de longitud y es llamada la constante en distancia, puesto que para cada anemómetro es constante. Por lo tanto para pequeñas fluctuaciones [6] indica que el anemómetro de cazoleta es un sistema de primer orden con una constante τ inversamente proporcional a la velocidad del viento,

$$\tau (ds'/dt) + s' = ku' \quad [7]$$

Pasemos ya a estudiar la ecuación dinámica propiamente dicha.

El primer intento publicado de desarrollar sistemáticamente una ecuación dinámica para el anemómetro

mo de cazoletas parece ser debido a Schrenk (1929). El notó que la expresión para el par en la orientación dada en la fig. 1 podía ser escrita

$$(2T/\rho s^2 Ar) = (C_D - C_d) - 2(C_D + C_d)(u/s) + (C_D - C_d)(u/s)^2 \quad [8]$$

entonces supuso que el par promediado a 1 ciclo tenía la forma,

$$2T/(\rho s^2 Ar) = \nu + \mu (u/s) + \lambda (u/s)^2 \quad [9]$$

en donde ν, μ, λ son coeficientes indeterminados. Su próximo y más importante paso fue medir el par del instrumento montado en un túnel de viento, y calcular los parámetros ν, μ y λ .

Wyngaard, Bauman y Linch (1974, 1981) derivaron una ecuación general dinámica que tiene en cuenta el w-error. Su aproximación es similar a la de Schrenk, en el hecho de que lleva consigo la medida del par T, pero la derivación de la ecuación dinámica a partir de estas medidas es algo diferente.

Wyngaard y col. usaron una aproximación cuasiestacionaria, al suponer que el par T (par promediado a un ciclo básico) depende sólo de u, s y la velocidad vertical w (obsérvese que son velocidades instantáneas).

Esto implica que T es cero bajo condiciones de equilibrio y viento horizontal estacionario,

$$T(\bar{u}_0, 0, \bar{s}_0) = 0 \quad [10]$$

en donde el subíndice cero indica un par cero, desarrollando T alrededor del equilibrio se tiene que si

$$u = u'/\bar{u}_0, s = s'/\bar{s}_0 \text{ y } w = w'/\bar{u}_0,$$

se llega a la ecuación

$$s + \tau (ds/dt) = a_1 u + a_2 w + a_3 s^2 + a_4 u^2 + a_5 w^2 + a_6 us + a_7 uw + a_8 sw \quad [11]$$

en donde τ es la constante de tiempo $\tau = -I (r$

$(aT/a\bar{s})_0^{-1}$ que se puede demostrar tiene la forma L/\bar{u}_0 . Wyngaard y col. muestran que [11] tiene como caso especial para $w = 0$, la ecuación deducida por Schrenk. Encuentran además que las constantes a_i están sujetas a las siguientes restricciones:

$$a_1 = 1; a_2 + a_4 + a_6 = 0 \quad [12]$$

y que para una respuesta simétrica, al ataque del instrumento con un ángulo θ (esto es, la respuesta del aparato a un ángulo θ es la misma que a $-\theta$) $a_2 = a_4 = a_6 = 0$ y que a_5 puede ser evaluado midiendo con anemos girados un ángulo θ . Encontrando para anemos estándar los siguientes valores de las constantes:

$$a_1 = 1,03, a_3 = -0,23, a_4 = 0,96, a_5 = 0,67, a_6 = -0,73 \quad [13]$$

y el resto cero dentro de los errores experimentales. Como se puede ver, estos resultados están de acuerdo con las restricciones [12].

La expresión así calculada para T tiene todos los términos de la ecuación simplificada [3], pero los a_i son diferentes mientras que, por ejemplo, a_3 es negativo en la ecuación general [11], es positivo en su correspondiente ecuación simplificada [3]. Por tanto, la ecuación de Wyngaard para el anemo es:

$$s + (ds/dt) = u - 0,23s^2 + 0,96u^2 + 0,67w^2 - 0,73us \quad [12']$$

Para la resolución de la anterior ecuación seguiremos el trabajo de Busch y Kristensen (1976), aunque resultados similares se siguen del análisis realizado por Kaganov y Yaglom (1976), y más recientemente de Coppin (1982).

Tomando valores medios en la ecuación [12'],

$$\langle s \rangle = a_3 \langle s^2 \rangle + a_4 \langle u^2 \rangle + a_5 \langle w^2 \rangle + a_6 \langle us \rangle \quad [13']$$

En donde $\langle s \rangle$ representa la sobrevelocidad relativa,

$$\langle s \rangle = \langle (s - \bar{s}_0)/\bar{s}_0 \rangle$$

puesto que es la media del exceso de respuesta dividido por la respuesta a un viento de velocidad constante \bar{u}_0 . Desafortunadamente en el lado derecho hay términos en $\langle s^2 \rangle$ y en $\langle us \rangle$ que no pueden ser evaluados, sin conocer algo más de $s(t)$. Supondremos que las perturbaciones son tan pequeñas que la solución de la ecuación de perturbación lineal

$$s + \tau (ds/dt) = u \quad [14]$$

puede ser usada para el cálculo de $\langle su \rangle$ y $\langle s^2 \rangle$ con suficiente seguridad. La solución de [14] con $s(-) = 0$ es

$$s = (1/\bar{u}_0) \int_0^\infty u(t-t') \exp(-\bar{u}_0 \cdot t'/1_0) dt' \quad [15]$$

Es fácil de ver que

$$\langle s^2 \rangle = \langle us \rangle = (\sigma_u^2/\bar{u}_0) (\bar{u}_0/1_0) \int_0^\infty \rho_u(\tau) \exp(-\bar{u}_0 \cdot \tau/1_0) d\tau \quad [16]$$

en donde σ_u y ρ_u son la variancia y la autocorrelación de u . Usando la hipótesis de Taylor para convertir la autocorrelación temporal en autocorrelación espacial se tiene,

$$\langle s^2 \rangle = \langle us \rangle = (\sigma_u^2/\bar{u}_0^2) (\bar{u}_0/1_0) \int_0^\infty \mu_u(x) \exp(-x/1_0) dx \quad [17]$$

en donde $\mu_u(x) = \rho_u(x/s_0)$.

Por lo tanto [13] queda con las restricciones [12]

$$\langle s \rangle = a_4 (\sigma_u^2/\bar{u}_0^2) [1 - (1/1_0) \int_0^\infty \mu_u(x) \exp(-x/1_0) dx] + a_5 (\sigma_u^2/\bar{u}_0^2) \quad [18]$$

Si se introduce el espectro de energía

$$\theta_u(k) = (2\pi)^{-1} \int_{-\infty}^{+\infty} \mu_u(x) \exp-ikx dx \quad [19]$$

la ecuación [18] queda,

$$\langle s \rangle = a_4 (\sigma_u^2/\bar{u}_0^2) \int_{-\infty}^{+\infty} (1_0 k)^2 / [1 + (1_0 k)^2] \theta_u(k) dk + a_5 (\sigma_u^2/\bar{u}_0^2) \quad [20]$$

Vamos a partir de esta ecuación para obtener la sobrevelocidad para diferentes espectros. En primer lugar, y salvo términos de 2.º orden, supondremos que \bar{u}_0 es la velocidad a lo largo de la dirección media y que $\theta_u(k) = F_{11}(k)$.

Como ya dijimos previamente, hemos utilizado para $F_{11}(k)$ los espectros dados por Kaimal y Højstrup que vienen definidos por:

1. Kaimal

$$\begin{aligned} 0,3f^{-2/3} & f > 0,5 \\ ns_u(n)/u^2 \theta^{2/3} = 0,48 (2f)^{-p} & 1,5/B < f < 0,5 \quad [21] \\ ABf/(1 + 3,1 (Bf)^{5/3}) & 0 < f < 1,5/B \end{aligned}$$

Siendo f la frecuencia adimensionalizada $f = nz/\bar{u}$, u la velocidad de fricción; θ_E la energía de disipación adimensionalizada; $\theta = kzE/u^3$; k la constante de Von-Karman ($k = 0,35$), B la razón entre la altura de capa de mezcla Z_i y la altura Z a la que está colocado el anemo, A viene definido como:

$$A = (\sigma_u/u^2)/\theta_E^{2/3} = (12 + 0,5 Z_i/L)^{2/3} / (1 + 0,75 Z/L^{2/3}) \quad [22]$$

En donde, siguiendo a Panosfky (Panosfky, 1977), se ha tomado $\sigma_w/u = (12 + 0,5 Z/L)^{1/3}$ y para θ_E hemos tomado:

$$\theta_E^{2/3} = 1 + 0,75 Z/L^{2/3} \quad [23]$$

L es la longitud de Monon-Obukhov y Z/L es un índice de la estabilidad de la atmósfera en los niveles cercanos al suelo.

2. Hogstrup

$$\begin{aligned} ns_u(n)/u^2 = 0,5Bf/[1 + 2,2 (Bf)^{5/3}] \\ (B Z/L)^{2/3} + [105f/(1 + 33f)^{5/3}] \end{aligned} \quad [24]$$

B , f , u^2 , Z/L tienen el significado ya expuesto en el apartado anterior.

La relación entre $s_u(n)$ y $F_{11}(k)$ viene dada por:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} F_{11}(k) dk = \int_0^\infty s_u(n) / \sigma_u^2 = 1 \quad [25]$$

dada la paridad de $F_{11}(k)$ y puesto que $k = 2\pi/\lambda = 2\pi n/u$, obtenemos

$$2K F_{11}(k) = n s_u (n) / \sigma_u^2 \quad [26]$$

Utilizando la anterior ecuación y las correspondientes expresiones para $n s_u / u^2$ obtenemos para las sobrevelocidades, usando los espectros proporcionados por Kaimal, las siguientes expresiones:

$$s_k = a_4 k \times [1n(z/z_0) - \psi(Z/L)]^{-2} (1 + 0,75 Z/L)^{2/3} \times I + a_5 k^2 1,69 (1 + 3 Z/L)^{2/3} [1n(z/z) - \psi(Z/L)]^{-2} \quad [27]$$

En donde se han utilizado las expresiones de Businger (1971) para la razón u/\bar{u} .

$$u/\bar{u} = k [1n(z/z_0) - \psi(Z/L)]^{-1}$$

$$\psi(Z/L) = 21n((1+x)/2) + 1n[(1+x^2)/2] - 2\arctan x + \pi/2$$

$$X = \theta_m^{-1} \quad [28]$$

$$\theta_m = (kz/u_*) (\delta \bar{u} / \delta z) = (1 - 15 Z/L)^{1/4}$$

siendo z_0 la longitud de rugosidad.

Asimismo, hemos empleado la expresión debida a Panofsky (Panofsky, 1977) para σ_w/u_* .

$$\sigma_w/u_* = 1,3 (1 + 3/Z/L)^{1/3} Z/L < 0 \quad [29]$$

en donde I corresponde a la integral:

$$I = \int_0^{1,5/B} \frac{2\pi 1_0 f/z)^2 AB [1 + (2\pi 1_0 f/z)^2] [1 + 3,1 + (Bf)^{5/3}]^{-1} df + 0,48 \int_{1,5/B}^{0,5} (2\pi 1_0 f/z)^2 (2f)^{-\gamma} f^{-1} [1 + (2\pi 1_0 f/z)^2]^{-1} df + 0,3 \int_{0,5}^{\infty} (2\pi 1_0 f/z)^2 f^{-5/3} [1 + (2\pi 1_0 f/z)^2]^{-1} df \quad [30]$$

Que fue realizada numéricamente siguiendo el método de cuadratura de Gauss-Tchebycheff (Demidovich, 1979).

Para el caso de usar los espectros proporcionados por Højstrup, la sobrevelocidad toma la forma,

$$s_H = a_4 (u^2/\bar{u}^2) \int_0^{\infty} (2\pi 1_0 f/z)^2 \psi(f) f^{-1} [1 + (2\pi 1_0 f/z)^2]^{-1} df + a_5 (\sigma_w^2/u_*^2) (u^2/\bar{u})^2 \quad [31]$$

En donde $\psi(f)$ está dado por la expresión [24] y para u^2/\bar{u}^2 y σ_w^2/u_*^2 se han utilizado las expresiones usadas para el caso anterior.

3. Resultados

Como podemos observar, a partir de las expresiones [30] y [31] la sobrevelocidad depende del factor de estabilidad Z/L , y de la razón z/L . Se han realizado sendos programas Fortran para su cálculo y se ha representado la sobrevelocidad en función de Z/L para diferentes valores de z/L , considerando que las alturas a las que están colocados los anemos son: 6, 12, 26, 51, 100 m y un valor aceptable de z_0 en el rango de 600 a 2.000 m, dado por sentado que estamos en una situación inestable. Asimismo, podemos observar que s depende de z_0 , que hemos utilizado como parámetro, dándole valores típicos a saber: 0,01 m, 0,05 m, 0,1 m y 0,5 m.

Como podemos ver a partir de las figuras 2 y 3, la sobrevelocidad aumenta con $(-Z/L)$ (vamos a hacer el análisis para los espectros proporcionados por Kaimal, pues los resultados obtenidos utilizando aquellos proporcionados por Højstrup apenas difieren de los anteriores). En realidad al variar $-Z/L$ para una altura fija, lo que hacemos es variar la longitud de Monin-Obuknov L , con lo que asimismo varía el parámetro z/L . Al aumentar $-Z/L$, aumentan fuertemente las fluctuaciones, lo que se refleja en un aumento de la intensidad turbulenta vertical $(\sigma_w/\bar{u})^2$ y de la intensidad turbulenta horizontal $(\sigma_u/\bar{u})^2$, aumento que en este caso se debe por un lado al incremento de σ_w , al aumentar z/L y a la disminución de \bar{u} , a causa del aumento de $(-Z/L)$. El término asociado a la integral disminuye ligeramente sobre todo debido al

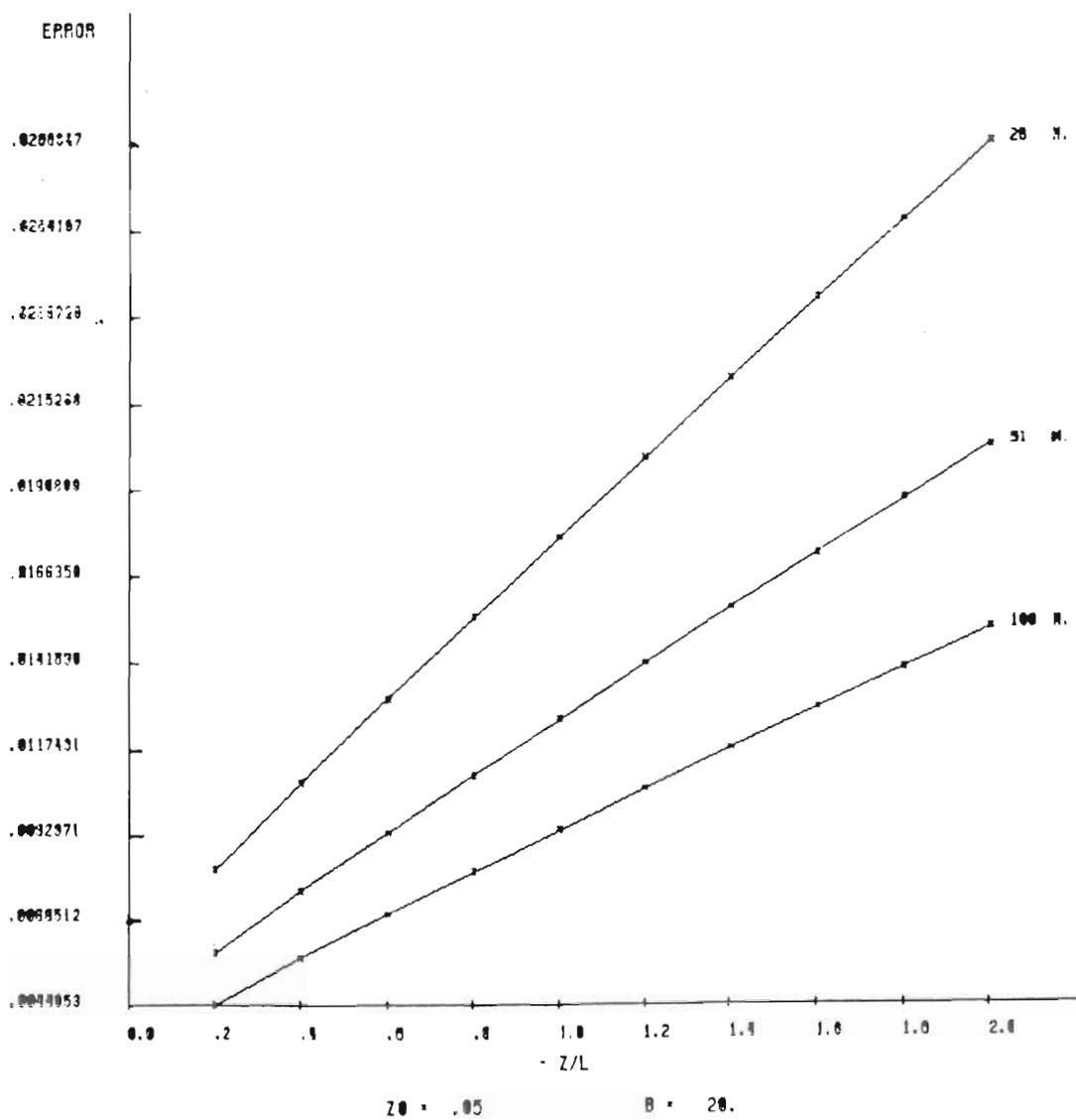


Figura 2.—Variación de la sobrevelocidad expresada en tantos por uno en función de $-Z/L$ para diferentes alturas.

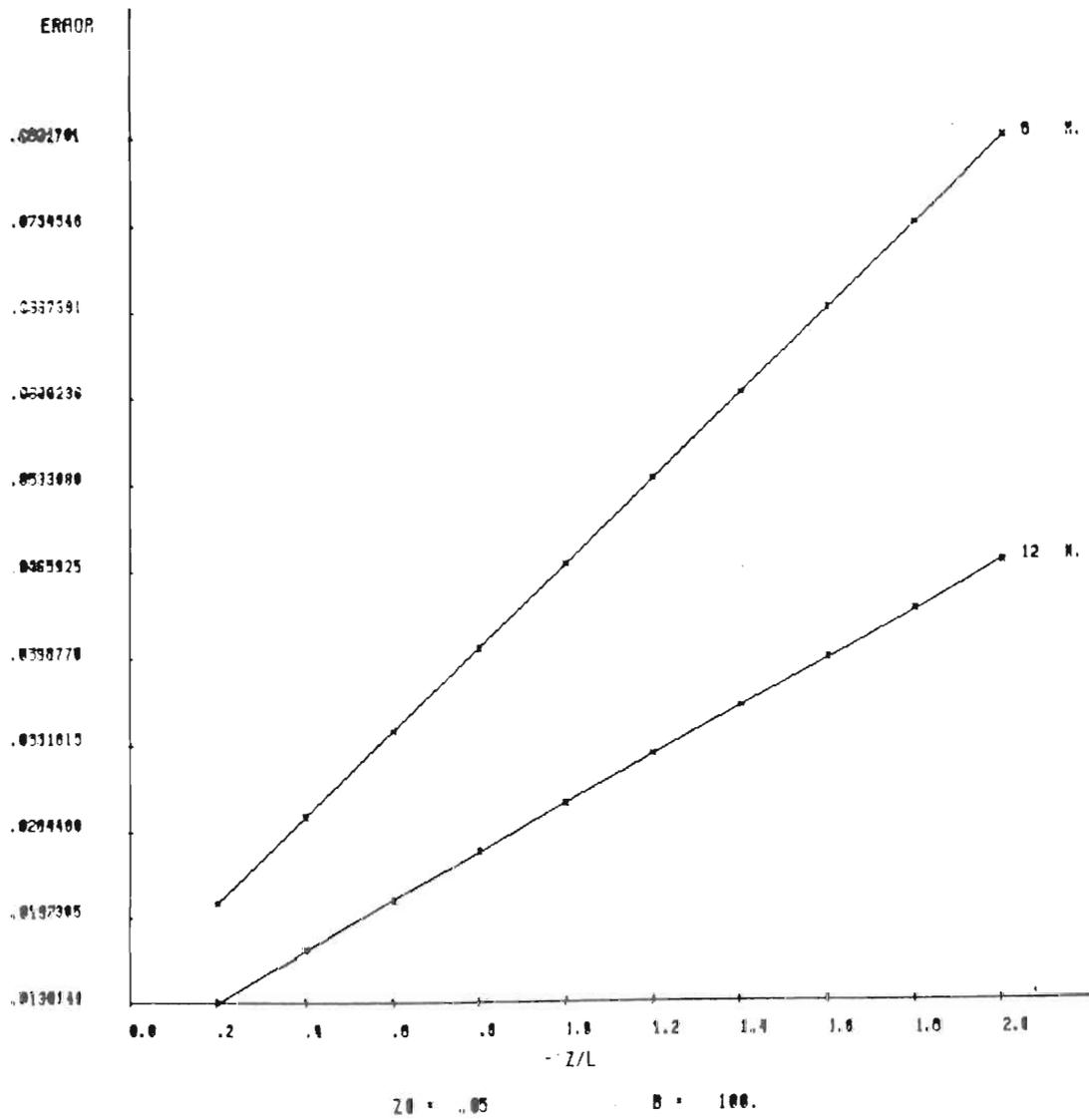


Figura 3.—Variación de la sobrevelocidad expresada en tantos por uno en función de $-Z/L$ para diferentes alturas.

término $1/A$, pues la integral en sí aumenta ligeramente debido al ensanchamiento del espectro al desplazarse el máximo hacia las bajas frecuencias, fig. 4-a, 4-b. Asimismo y como se desprende de las figuras 2 y 3, el error disminuye con el aumento de la altura, esto se debe principalmente al hecho de que \bar{u} aumenta con Z por lo que al mantener fijos Z/L y z/Z , σ_u y σ_w se mantienen fijos, así como la integral, pues ésta apenas varía con Z .

Por otra parte, si fijamos la razón $-Z/L$ y hacemos variar z/L , lo que significa en nuestras condiciones suponer que varía z_0 , vemos en la figura 5 que el error aumenta ligeramente con B , aunque la variación es menos pronunciada que cuando variábamos Z/L , debido al hecho de que ahora $(\sigma_w/\bar{u})^2$ se mantiene constante al hacerlo Z/L y de que \bar{u} se mantiene asimismo constante por la misma razón. El ligero aumento en el error proviene principalmente del aumento en σ_w , pues $1/A$ disminuye debido a la fuerte disminución de $1/A$, aunque la integral I aumenta debido, como ya se dijo anteriormente, al ensanchamiento del espectro con z/L .

Por último tenemos el parámetro z_0 , la altura de rugosidad. De la figura 6, vemos que al aumentar z_0 , el error aumenta fuertemente a causa principalmente de la disminución de \bar{u} , producida por el aumento de z_0 , dado que z_0 representa la rugosidad de la superficie, o sea la resistencia que el terreno opone al viento. De los números expuestos podemos ver cómo los errores pueden ser importantes a baja altura, siendo éstos despreciables por encima de los 51 metros independientemente de las condiciones de rugosidad.

Hasta aquí se han realizado los cálculos, manteniendo constante l_0 ($l_0 = 18$ pies); vamos a ver ahora cómo varían los errores en función de l_0/z , razón entre la constante en distancia y la altura a la que está colocado el anemo.

En las figuras 7 y 8 podemos ver representados los errores obtenidos para un valor determinado de la altura z , de la razón z/Z y de $-Z/L$ para diferentes valores de la rugosidad z_0 y como función de l_0/z . Como se puede observar el error aumenta

enormemente con el aumento de l_0 . Como se desprende de la figura 7, el u-error ha aumentado, para el caso $z_0 = 0,1$ m, de 0,75 % a 3,69 %. Esto se debe a que podemos considerar al instrumento como un filtro de paso de alta cuya constante de tiempo adimensionalizada, viene dada por l_0/z . Al aumentar l_0/z aumenta dicha constante haciendo que la anchura de la banda aumente, por tanto la frecuencia a la cual responde el instrumento disminuye, y dada la no linealidad del instrumento, el error aumenta.

4. Comparación con otras formulaciones

Vamos en este apartado a comparar nuestros resultados con los que se pueden obtener con la formulación de Busch-Kristensen o Kaganov-Yaglom, para ello partiremos como antes de la ecuación [20] que de la sobrelvelocidad relativa «s». Como espectro utilizaremos, siguiendo a dichos autores, los dados por Kaimal (1972) y Kaimal (1973), que vienen dados por (Busch, 1977),

$$F_{11}(k) = F_{11}(k_0) (3/3)^{5/3} (1 + 3/2 k/k_0)^{-5/3} K - 72$$

$$F_{11}(k) = F_{11}(k_0) (3/2) (1 + 3/2 k/k_0^{5/3})^{-1} K - 73$$

en la que

$$F_{11}(k_0) = (9/55) \alpha (E^{2/3}/\sigma_0^2) k_0^{-5/3}$$

Siendo α la constante de Kolmogorov, y k_0 una constante definida por:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \bar{F}_{11}(k) dk = 1$$

Con estas condiciones, suponiendo equilibrio energético y que $\sigma_u = 2,5$ u. (Lumley, 1964), obtenemos para k_0 las expresiones,

$$k_0 = 0,1733 (\Phi_m(Z/L) - Z/L)/Z \quad K - 72$$

$$k_0 = 0,2244 (\Phi_m(Z/L) - Z/L)/Z \quad K - 73$$

donde $\Phi_m(Z/L)$ es el gradiente adimensionalizado. Sustituyendo en [20] las correspondientes ex-

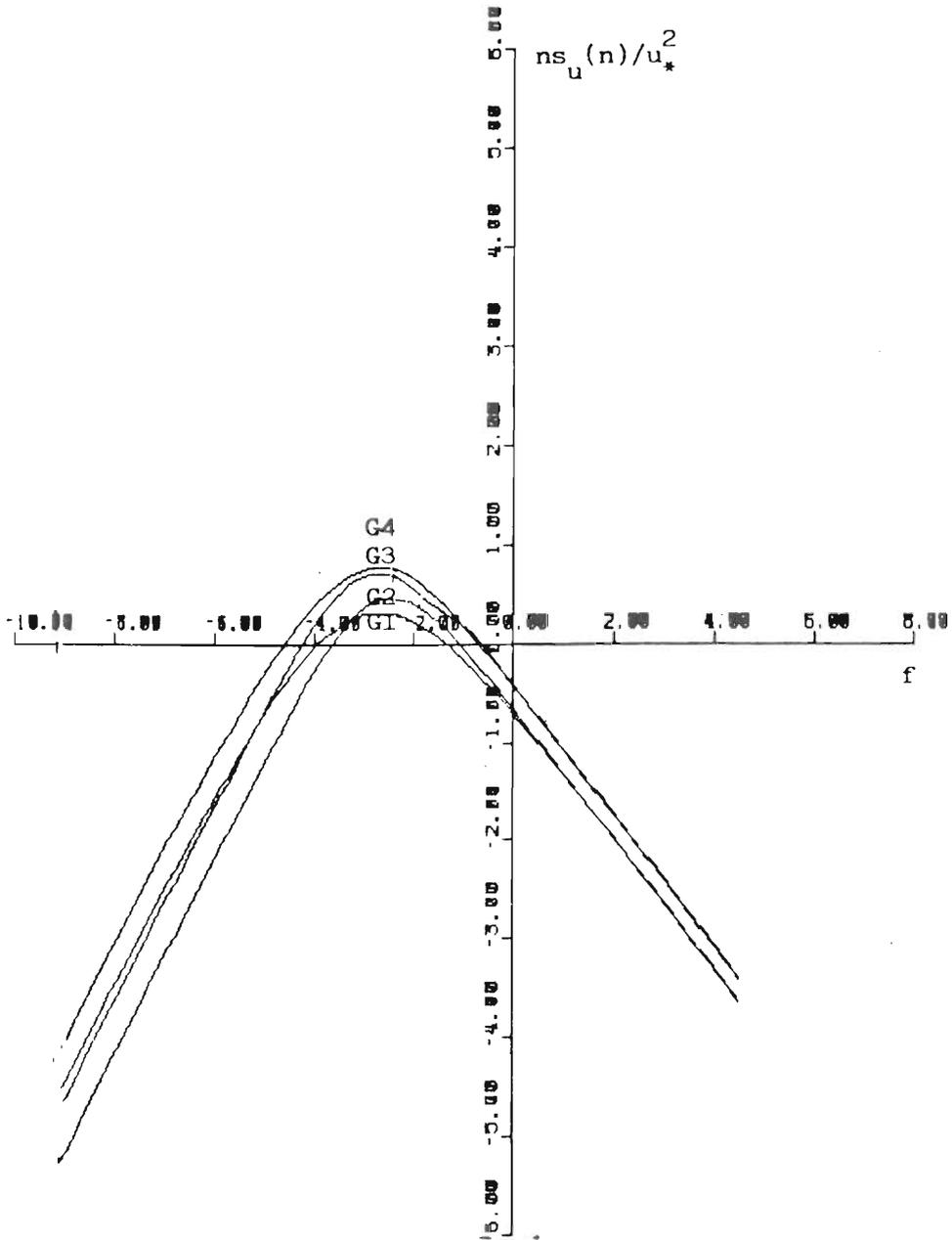


Figura 4a.—Espectro de la velocidad horizontal en función de la frecuencia reducida $f = nz/\bar{u}$. En abscisas se ha representado el $\ln f$ y en ordenadas el logaritmo natural del espectro adimensionalizado ns_u/u_*^2 .

G1.—Espectro formulación Kaimal-72.

G2.—Espectro formulación Kaimal-73.

G3.—Espectro formulación Kaimal-78.

G4.—Espectro formulación Hojstrup-82.

para las siguientes condiciones: $z/Z = 10$, $Z/L = 2$.

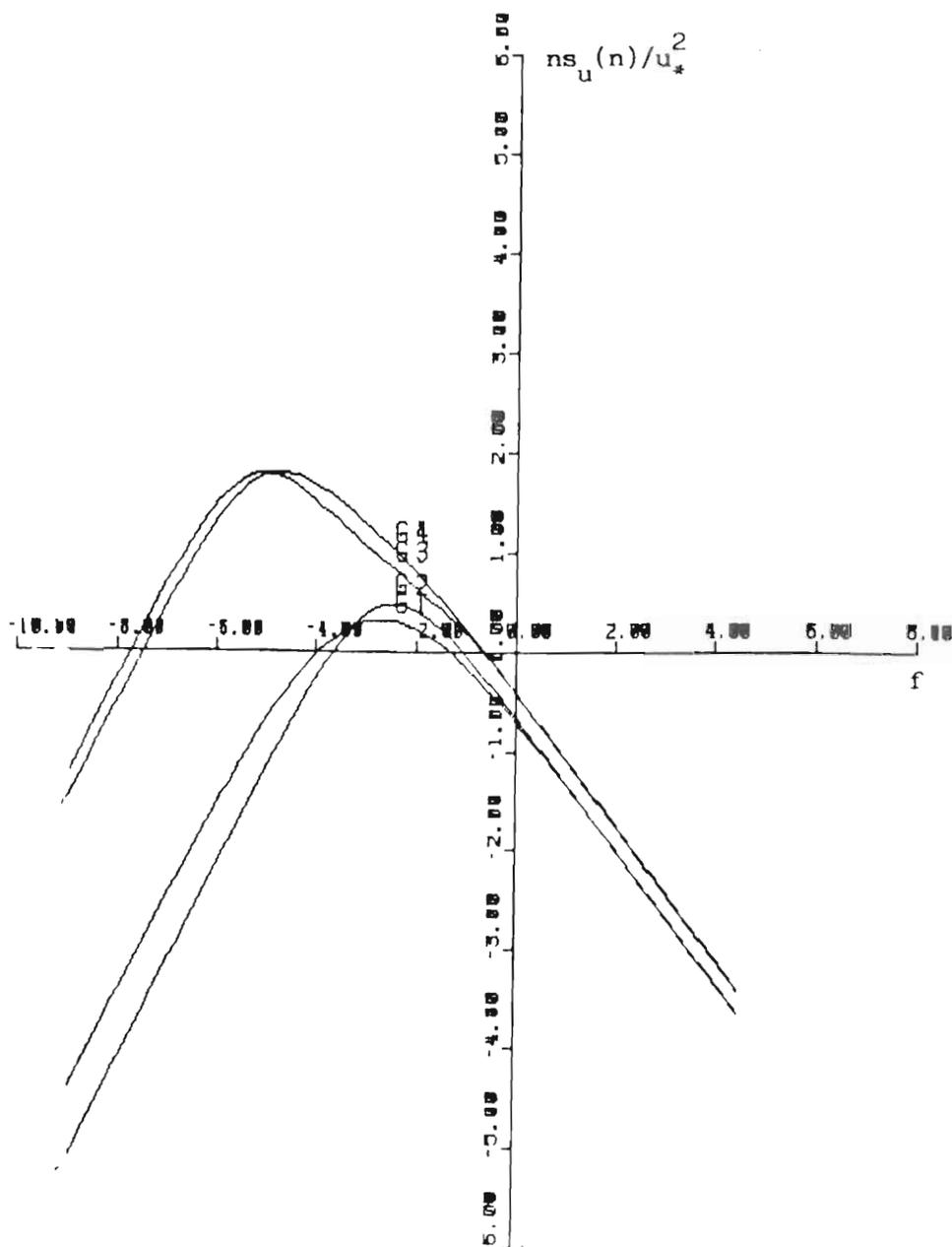


Figura 4b.—Espectro de la velocidad horizontal en función de la frecuencia reducida $f = nz/u$. En abscisas se ha representado el $\ln f$ y en ordenadas el logaritmo natural del espectro adimensionalizado ns_u/n^2 .

G1.—Espectro formulación Kaimal-72.

G2.—Espectro formulación Kaimal-73.

G3.—Espectro formulación Kaimal-78.

G4.—Espectro formulación Hojstrup-82.

para las siguientes condiciones: $z/Z = 100$ y $Z/L = -2$.

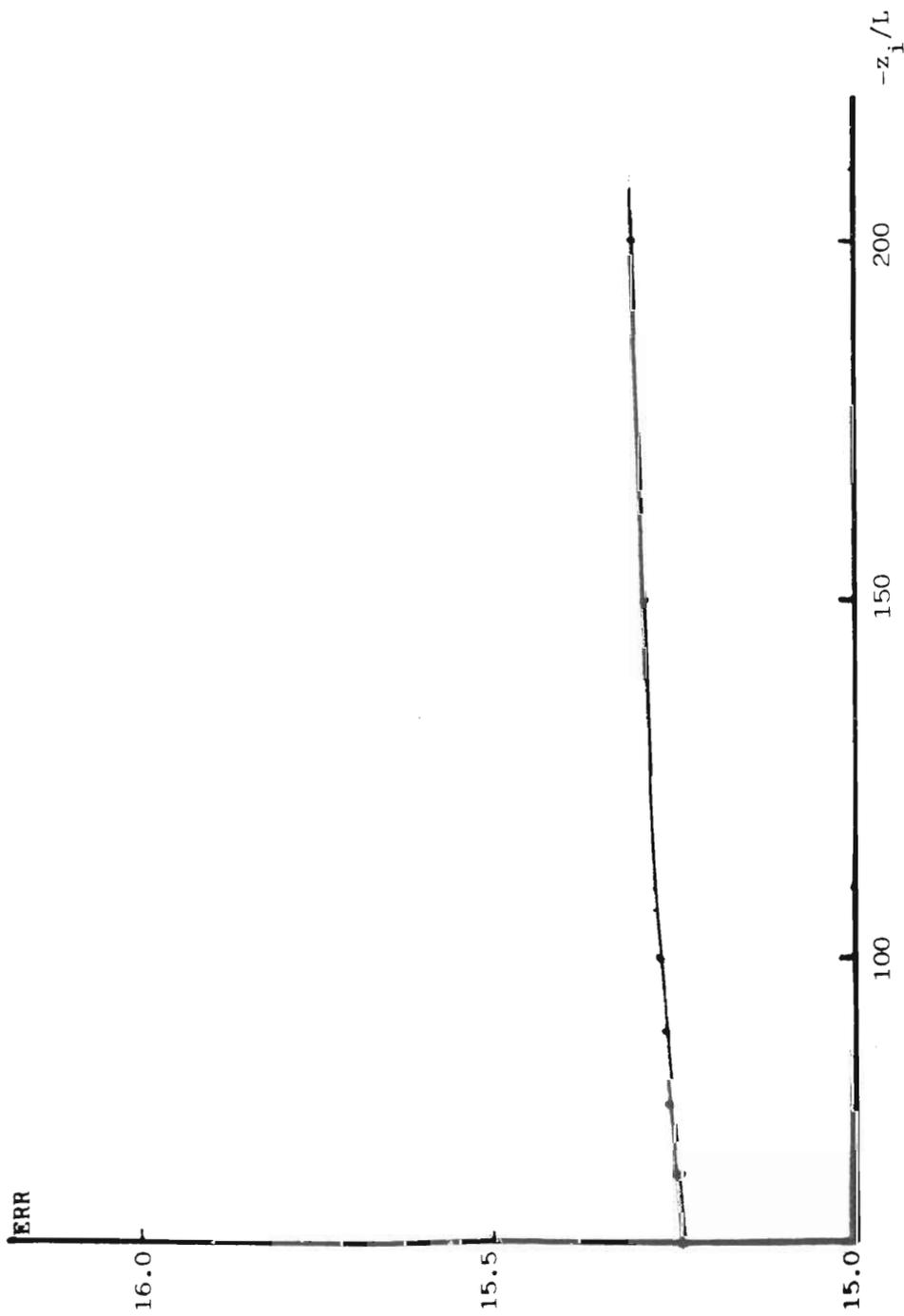


Figura 5.—Variación de la sobrevelocidad, expresada en ξ , en función de z_i/L , para $Z/L = -1$, $z_0 = 0,01$ m y $z = 12$ m.

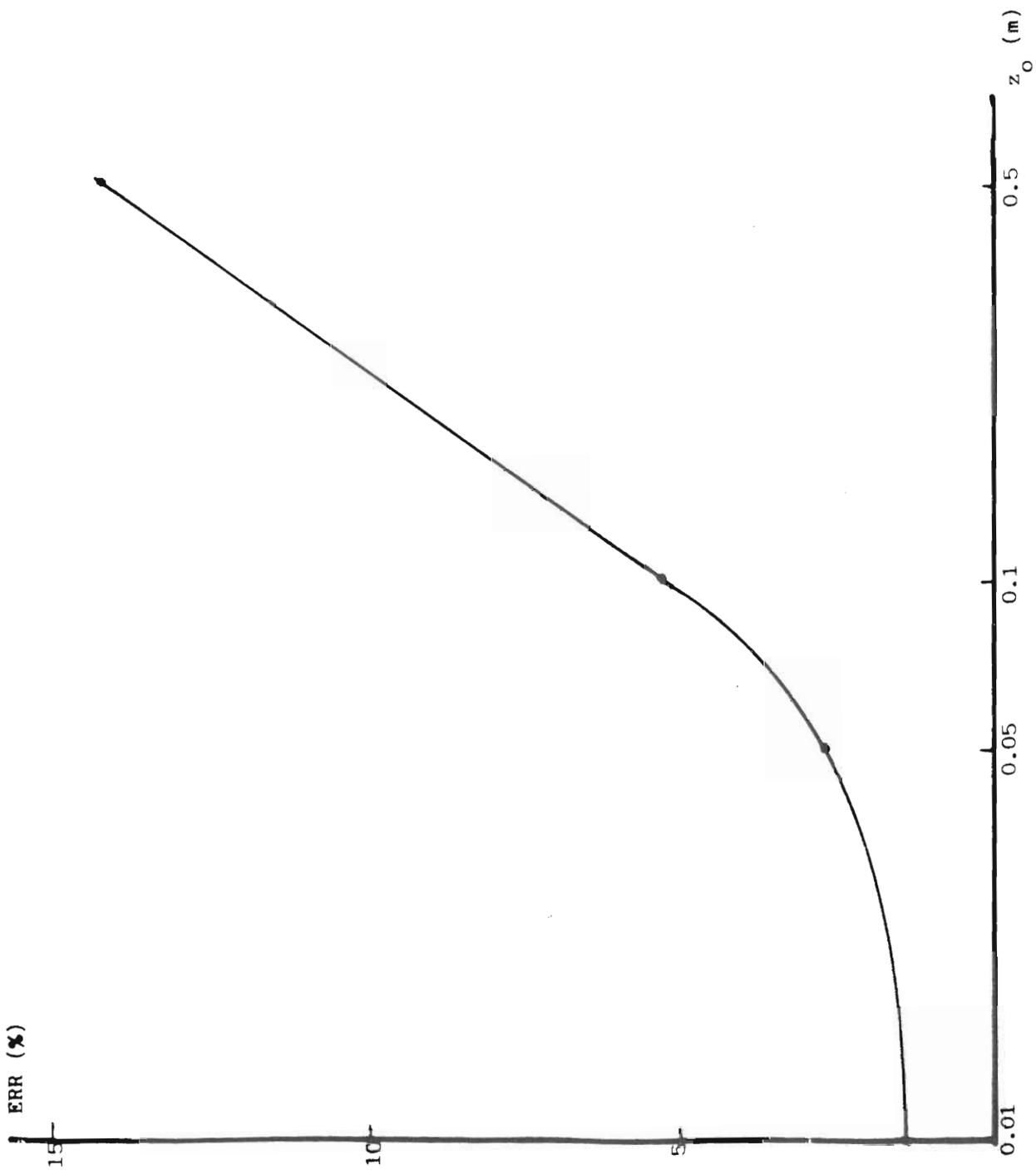


Figura 6.—Variación de la sobrevelocidad, en función de z_0 para $z_i/Z = 200$, $Z/L = -0,4$ y $z = 6$ m.

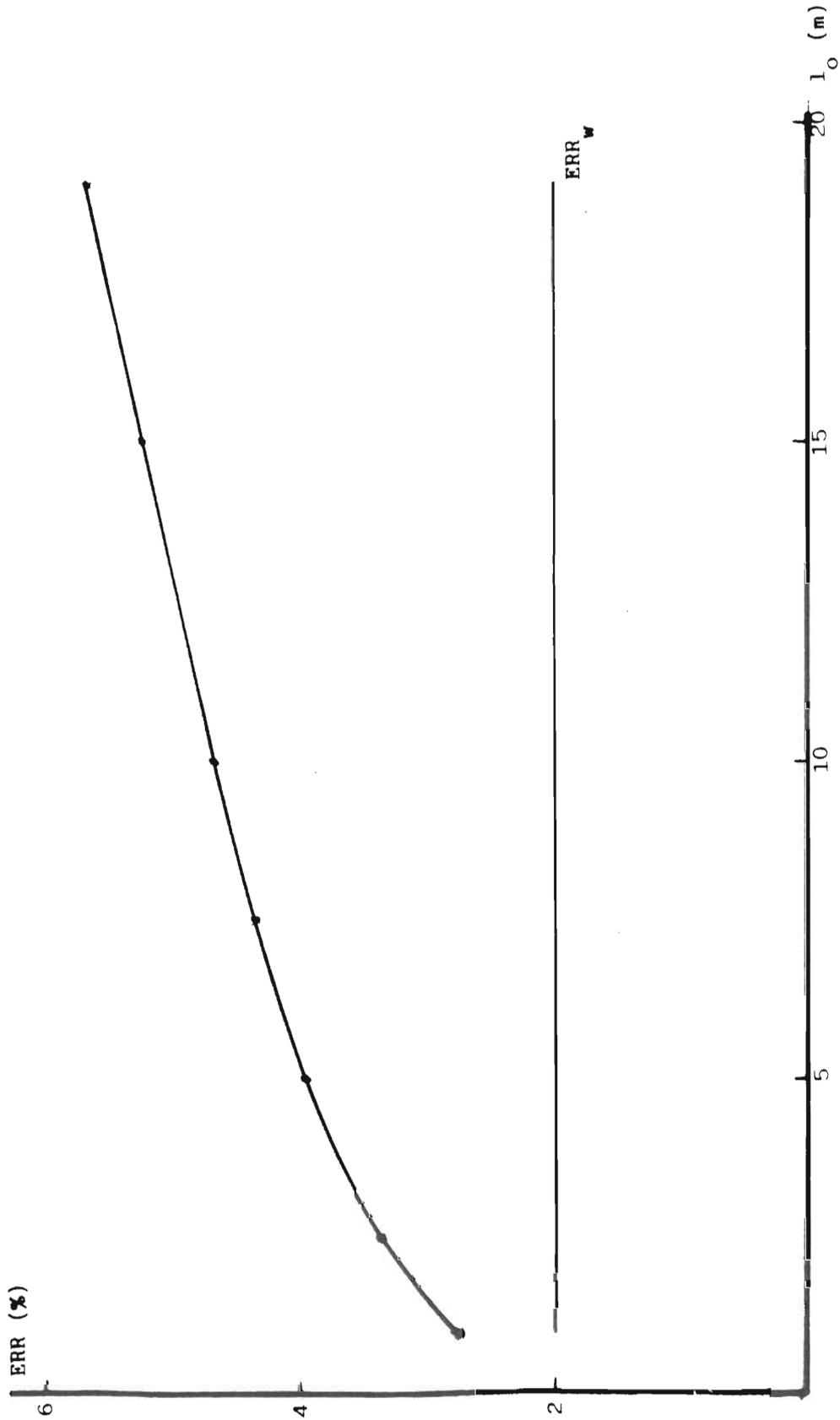


Figura 7.—Variación de la sobrevelocidad en función de I_0 para: $z = 6$ m, $z_0 = 0,1$ m, $Z/L = -0,4$ y $z_r/Z = 200$.

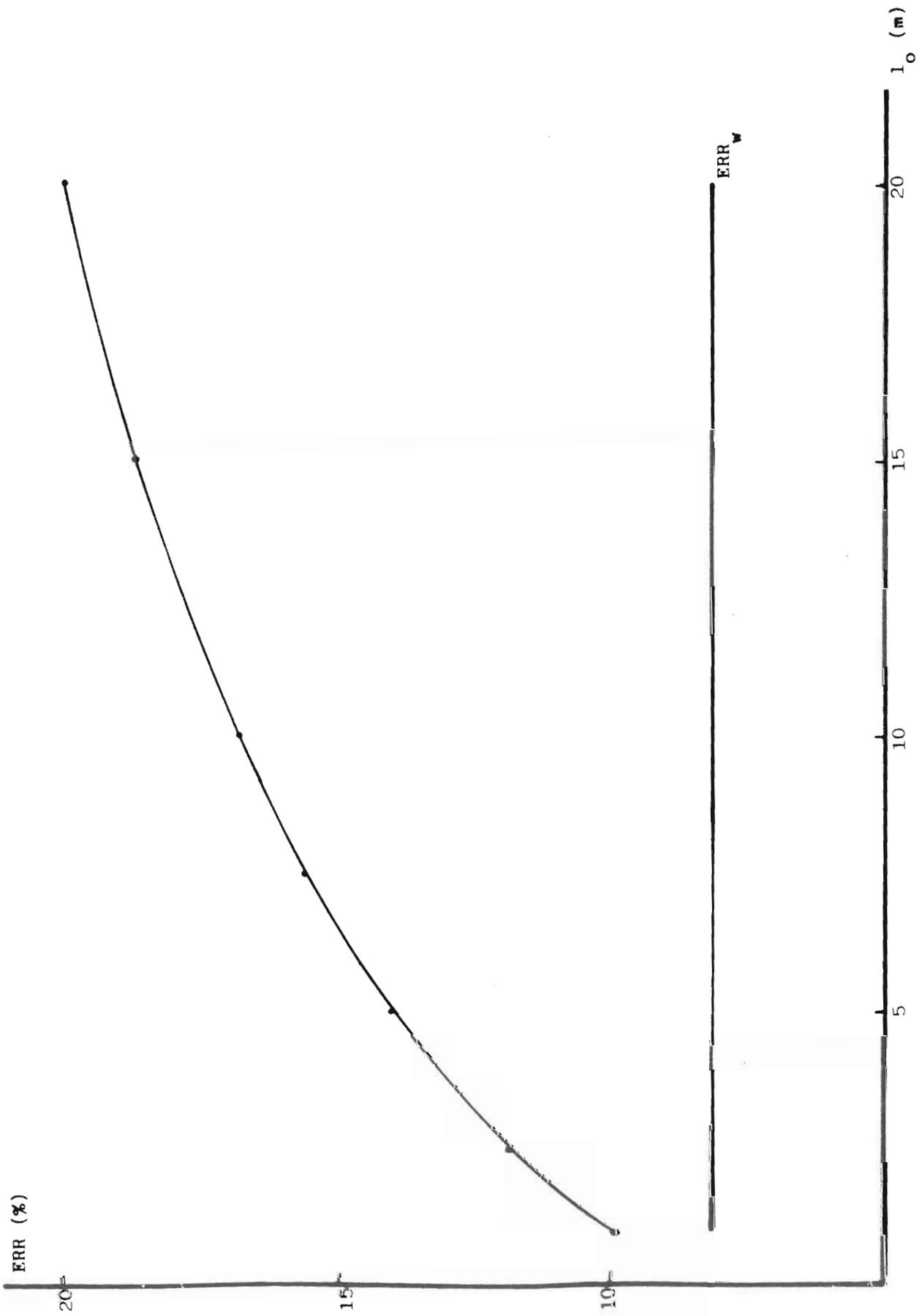


Figura 8.—Variación de la sobrevelocidad en función de l_0 para: $z = 6$ m, $z_0 = 0,5$ m, $Z/L = 0,4$ y $z_i/Z = 200$.

presiones para el espectro y suponiendo que (Kaganov, 1976)

$$\sigma_w = 1,3 u_* \quad -Z/L < 0,4$$

$$\sigma_w = 1,9 u_* (-Z/L)^{1/3} \quad -Z/L > 0,4$$

haciendo las correspondientes integraciones, se obtienen los errores correspondientes a las formulaciones de Busch-Kristensen-Kaganov-Yaglom (BKKY). En las figuras 9 y 10 podemos ver la relación existente entre los errores obtenidos siguiendo nuestro modelo y el de los errores obtenidos a partir de las expresiones proporcionadas por el modelo (BKKY). La diferencia procede de 2 términos, uno asociado a la diferente formulación usada al expresar σ_w/u_* , que como vemos en la figura 11 es mayor en nuestra parametrización que en la correspondiente a la usada por Kaganov-Yaglom. Asimismo y de la figura 12, vemos también que el término asociado al u-error es mayor en nuestro caso que en el correspondiente a Busch-Kristensen y que este error aumenta con Z/L , principalmente debido al término (σ_w/\bar{u}) y en menor medida al factor integral.

5. Análisis del DP-error

Como ya dijimos al principio del presente trabajo, aparte de los errores dinámicos, existe un tercer error que hay que tener en cuenta si queremos medir el viento a lo largo del flujo medio, con un anemómetro de cazoleta, instrumento diseñado para medir el módulo de la velocidad. Como vimos, ambas velocidades están relacionadas por la expresión,

$$\bar{u} = \bar{u}_1 (1 + (\sigma_v^2/2\bar{u}_1^2))$$

De tal forma que:

$$(\bar{u} - \bar{u}_1)/\bar{u}_1 = \sigma_v^2/2\bar{u}_1^2$$

Utilizando para σ_v/u_* la expresión ya utilizada para σ_w/u_* (Panofsky, 1977), tenemos:

$$(\bar{u} - \bar{u}_1)/\bar{u}_1 = 0,5 (12 + 0,5 |z_1/L|)^{2/3} k^2 [\ln(z/z_0) - \psi(Z/L)]^{-2}$$

Como podemos ver en la figura 13, dichos errores son muy importantes si la inestabilidad es muy elevada, y por tanto hay que tenerlos en cuenta si nuestro objetivo es \bar{u} .

Por ello es aconsejable descomponer el módulo de la velocidad en sus componentes, por ejemplo en las direcciones Este y Norte, y a partir de aquí calcular las correspondientes componentes del flujo medio y hacer una rotación de ejes de tal forma que el eje x coincida con la dirección de dicho flujo medio.

6. Conclusiones

Podemos, pues, afirmar que los errores cometidos al usar anemómetros de cazoleta pueden llegar a ser importantes sobre todo en condiciones extremas, tales como: que el anemo esté colocado a baja altura, que exista fuerte inestabilidad y que haya una gran rugosidad del terreno. Por ello pensamos que antes de instalar un anemómetro de cazoleta es necesario poseer un conocimiento previo de la zona donde va a ser instalado el anemo, en orden a elegir un instrumento tal que bajo dichas condiciones no cometa grandes errores.

Por ejemplo, para el anemómetro bajo estudio, a 6 metros de altura, 0,1 metro de longitud de rugosidad, $Z/L = -0,4$, y $z_1/Z = 200$, que son valores típicos, el error dinámico sería de un 4 %, mientras que si usásemos un anemo de constante en distancia 1 metro, dicho error sería de un 2,75 %.

Por último decir que, salvo para grandes longitudes de rugosidad ($z \sim 0,5$ m) y casos extremos de inestabilidad, el error calculado por nosotros es menor del 5 %, que concuerda con la teoría de Wieringa rechazando de alguna manera los datos proporcionados por Izumi.

Para grandes longitudes de rugosidad, habría que haber introducido alturas de desplazamiento en la formulación de Businger, por lo que los resultados obtenidos para dichas longitudes de rugosidad pueden ser cuestionables.

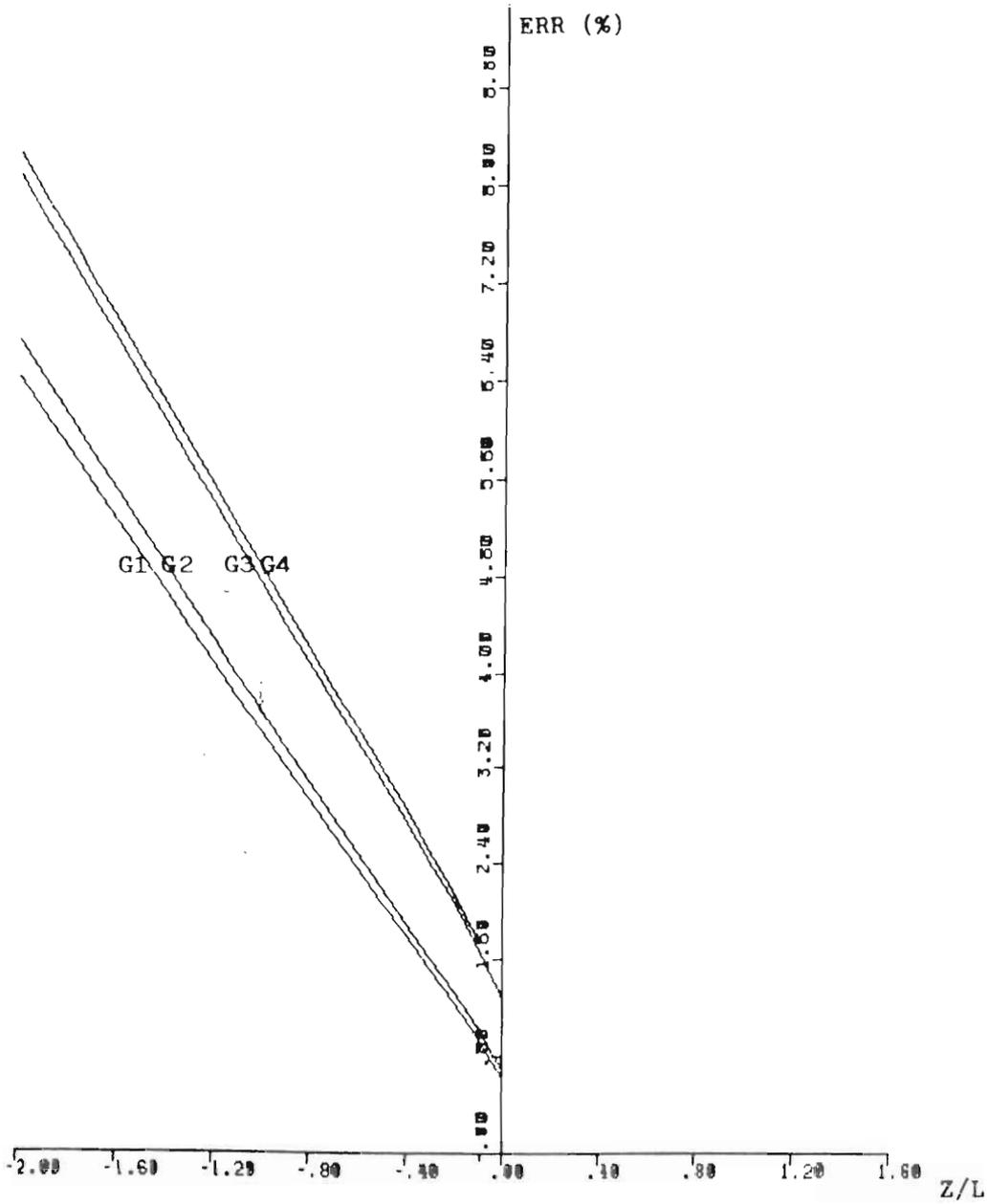


Figura 9.—Comparación de los errores dados por las diferentes formulaciones, en función de $-Z/L$.
G1.—Usando espectros Kaimal-72.
G2.—Usando espectros Kaimal-73.
G3.—Usando espectros Kaimal-78.
G4.—Usando espectros Hojstrup-82.
para: $z_0 = 0,05$ y $z = 100$ m.

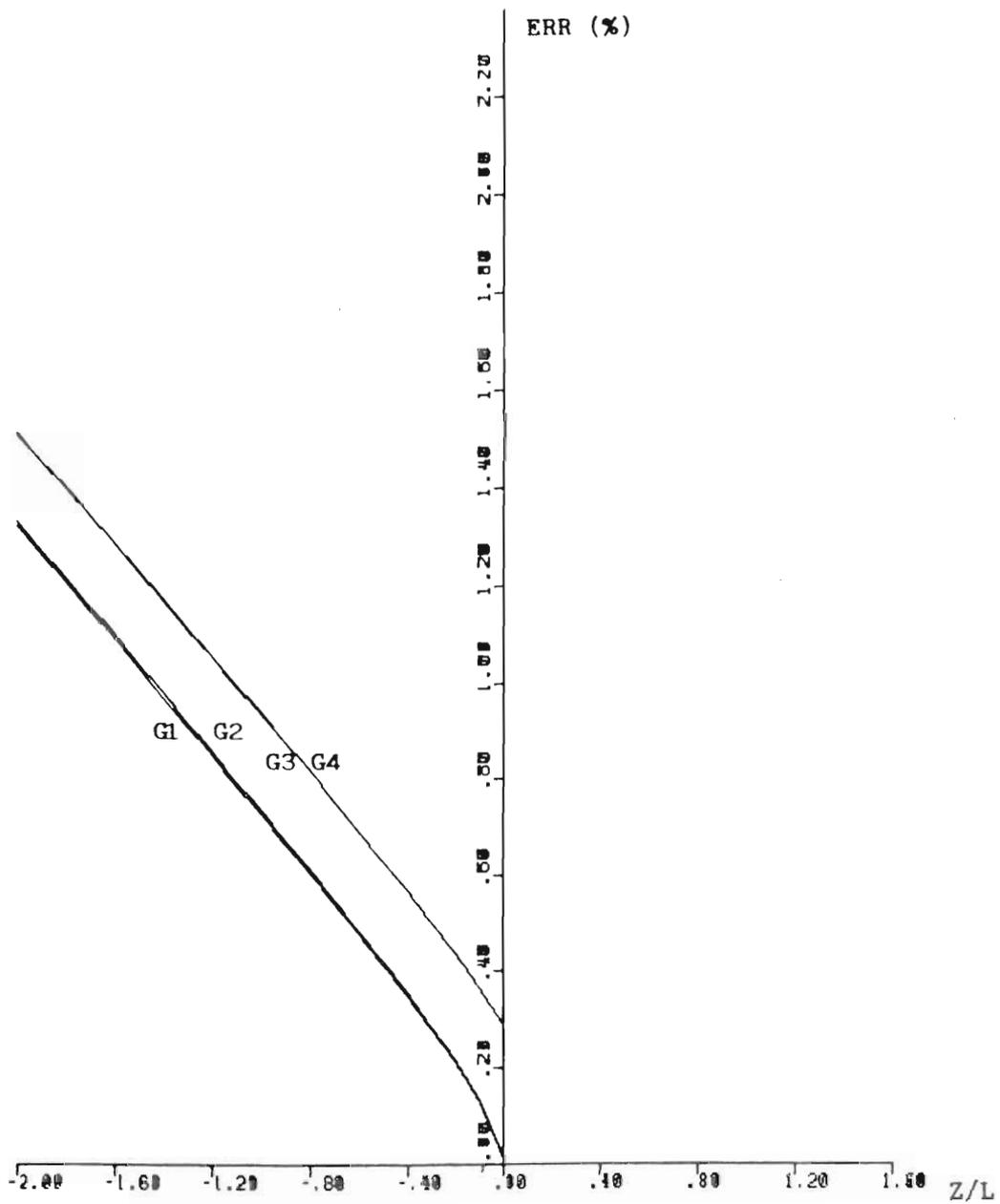


Figura 10.—Comparación de los errores dados por las diferentes formulaciones, en función de $-Z/L$.
G1.—Usando espectros Kaimal-72.
G2.—Usando espectros Kaimal-73.
G3.—Usando espectros Kaimal-78.
G4.—Usando espectros Hojstrup-82.
para: $z_0 = 0,05$ y $z = 6$ m.

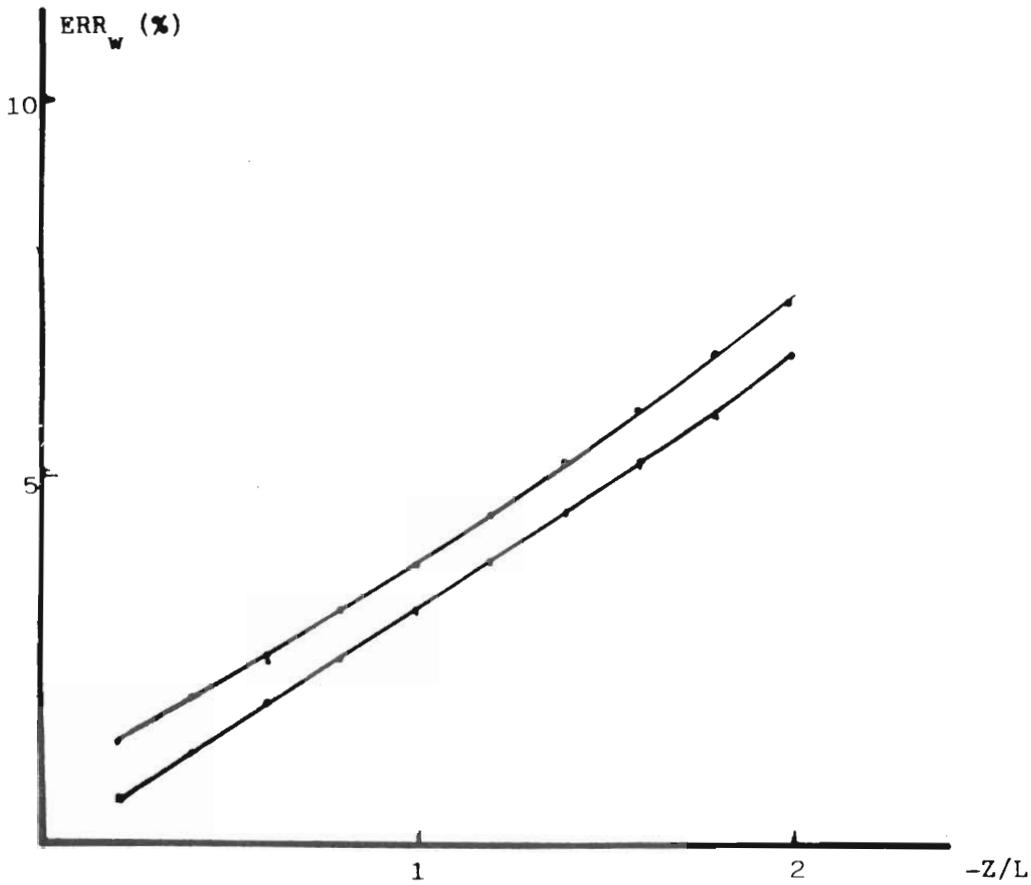


Figura 11.—Comparación de la contribución del w-error, para diferentes valores de $-Z/L$.
G1.—Usando parametrización Kaganov-Yaglom para σ_w/u .
G2.—Usando nuestra parametrización para σ_w/u .
para las siguientes condiciones: $z_0 = 0,1$ m, $z = 6$ m y $z/Z = 200$.

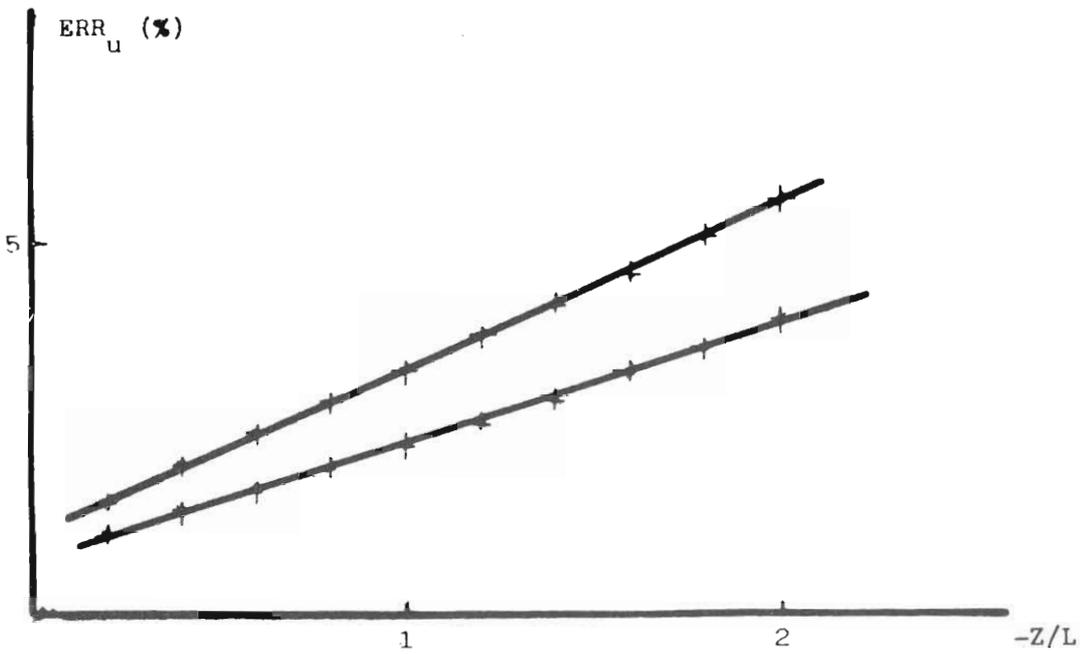


Figura 12.—Comparación de la contribución del u-error, para diferentes valores de $-Z/L$.
G1.—Usando espectros proporcionados por Kaimal-72.
G2.—Usando espectros proporcionados por Kaimal-78.

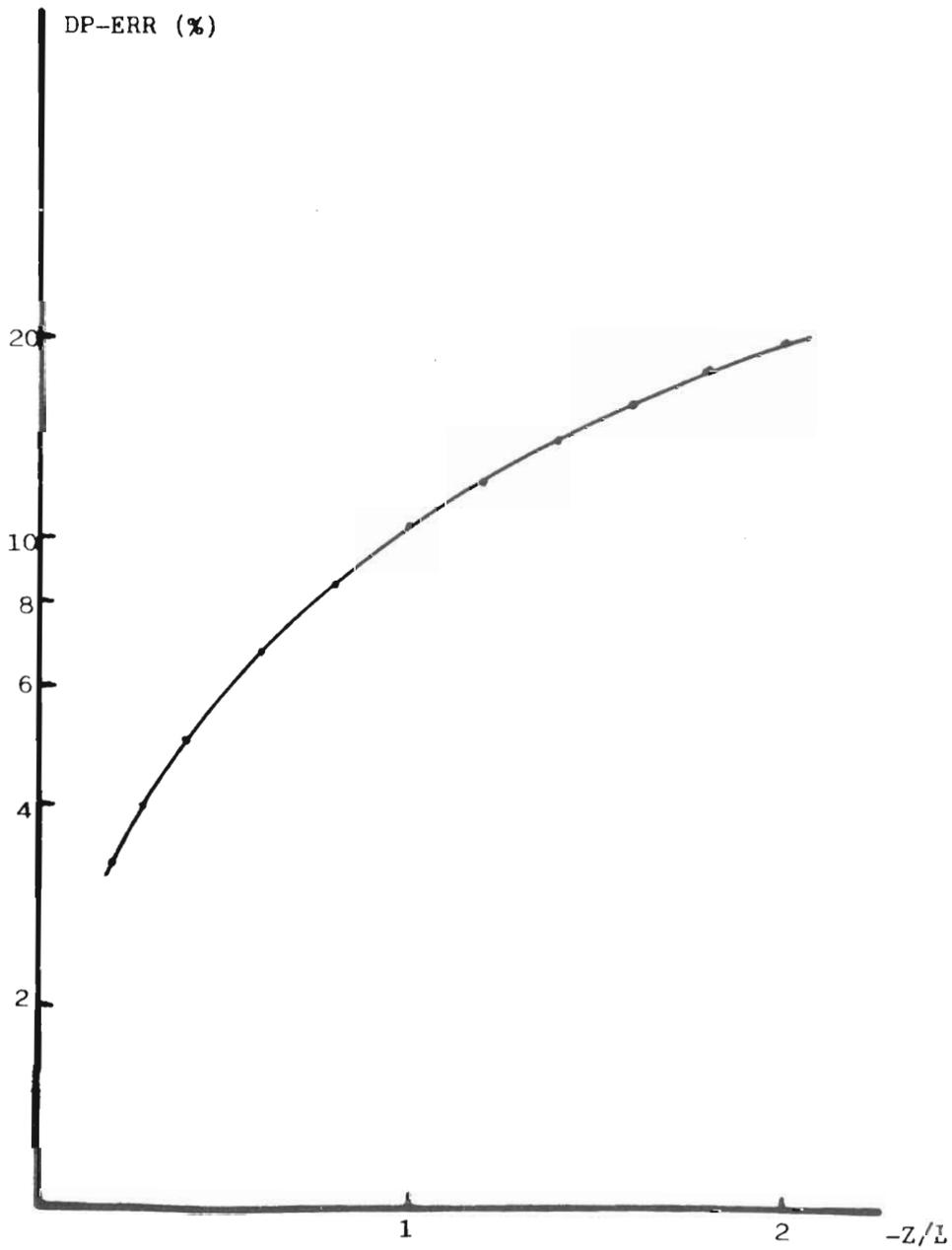


Figura 13.—Variación del DP-error en función de $-Z/L$, para las condiciones: $z_i/Z = 200$, $z = 6$ m, y $z_0 = 0,05$ m.

Bibliografía

- BUSCH, N. E.: "A micrometeorological data-handling system and some preliminary results". Riso Report, n.º 99, 92 pp. 1965.
- "Workshop on micrometeorology". D. A. Haugen (ed.). American Meteorological Society, 392 pp. 1973.
- KRISTENSEN, L.: J. Appl. Meteo. 15, 1328-1332. 1976.
- COPPIN, P. A.: Meteorol. Rdsch. 35, 1-11. 1982.
- DÉMIDOVITCH, B., y MARON, I.: "Elements du calcul numerique". Mir. Moscú, 666 pp. 1979.
- GILL, C. G.: J. Appl. Meteo. 12, 732-735. 1973.
- HØJSTRUP, J.: J. Atmos. Sci. 39, 2239-2248. 1982.
- HYSON, P.: J. Appl. Meteo. 11, 843-848. 1972.
- IZUMI, Y., y BARAD, M. L.: J. Appl. Meteo. 9, 851-856. 1970.
- KAGANOV, E. I., y YAGLOM, A. M.: Bound. Layer. Meteo. 10, 15-34. 1976.
- KAIMAL, J. C.: Bound. Layer. Meteo. 4, 289-309. 1973.
- J. Atmos. Sci. 35, 18-24. 1978.
- et al: Quart. J. Roy. Meteo. Soc. 98, 563-589. 1972.
- LUMLEY, J. L., y PANOFKY, H. A.: "The structure of the atmospheric turbulence". John Wiley, New York, 239 pp. 1964.
- MCCREADY, P. B.: J. Appl. Meteo. 5, 219-225. 1966.
- PANOFKY, H. A., et al: Bound. Layer. Meteo. 11, 355-361. 1977.
- PATTERSON, J.: Trans. R. Soc. Can., Ser. III 20, 1-54. 1926.
- SCHRENK, O.: Z. Tech. Phys. 10, 57-66. 1929.
- WYERINGA, J.: Bound. Layer. Meteo. 18, 411-430. 1980.
- WYNGAARD, J. C., et al: Flow-Its Measurement and control in Science and Industry, 1, 349-359. Instr. Soc. Amer. 1974.
- Ann. Rev. Fluid. Mech. 13, 399-423. 1981.