FRACTALES Y APLICACIONES METEOROLOGICAS

Manuel Palomares Casado
Doctor en Ciencias Físicas.
Meteorólogo.

Resumen

Después de un preámbulo mencionando divulgaciones expuestas últimamente acerca de *fractales,* se citan las ideas básicas introducidas por *Bernoit Mandelbrot,* que utiliza la noción fractal, sobre todo para descubrir estructuras invariables por cambios de escala. Se recuerda que en el mundo natural abundan los objetos cuya mejor representación matemática la dan los fractales, enumerándose diversos ejemplos de posibles aplicaciones en meteorología, especialmente dentro del amplio campo de las turbulencias atmosféricas. Luego se consideran, particularmente, las relaciones entre estas turbulencias y formaciones de remolinos horizontales, partiendo de los conceptos de "cascadas", aplicándolas a influencias orográficas sobre corrientes atmosféricas, haciendo resaltar varios parámetros adimensionales básicos.

Finalmente, se proponen experimentos de laboratorio para poder realizar análisis dimensionales y predicciones acerca de dichos tipos de remolinos formados a sotavento de islas o elevaciones conocidas.

Preámbulo

Ultimamente han aparecido en España diversos trabajos de divulgación acerca de los *fractales* o *fractuales* y, particularmente, el libro de *Mandelbrot:* "los objetos fractales", traducido por *Josep Llosa* de la tercera edición francesa. Por ejemplo, en uno de esos artículos hablaba *Angel Martín Municio,* sobre los *fractuales* (del latín "fructus") y de la *geometría fractual* que ayuda a interpretar el Universo como sistema complejo. En la revista "Investigación y Ciencia", de febrero de 1987, se ha publicado el trabajo "Caos", citándose *atractores caóticos* o *extraños* que realmente son fractales, diciendo que el caos produce fractales de modo natural. Asimismo en "Mundo Científico" de abril de 1987, en el artículo "El orden caótico", se habla sobre fractales y de que los atractores extraños que describen los comportamientos caóticos son también objetos fractales, de manera que el "carácter fractal" es una propiedad muy general de los atractores extraños. En esta revista, pero de junio de 1987, se menciona, en su artículo "La experimentación numérica por ordenador", a *Edward Lorenz* como descubridor experimentalmente del primer atractor extraño, pero se dice que fue *Michael Hénon* quien demostró que los atractores extraños tienen un carácter manifiestamente fractal.

Yo ya he hablado de estos *atractores extraños, caóticos* o *fractales,* en mi trabajo "Turbulencias, atractores y caos en Meteorología", tomando como base artículos publicados en los números de "Investigación y Ciencia" correspondientes a enero de 1982, febrero de 1985 y marzo de 1986 —que también cito en la bibliografía—, y exponía mis últimos conocimientos acerca de los movimientos caóticos en relación con dichos atractores así como conclusiones sobre posibles aplicaciones en meteorología.

Ideas básicas de Mandelbrot sobre fractales

A propósito de estas ideas debo citar, primeramente, la entrevista hecha por *Marc Lesort* a

Mandelbrot, que se publicó en "Mundo Científico", de mayo de 1986, con la titulación: "Cómo descubrí los fractales", incluyendo unos párrafos del propio *Lesort,* encabezados por el título: "¿Qué es un fractal?" En el primero de ellos dice que "la noción de fractal, introducida por *Benoit Mandelbrot,* se utiliza, sobre todo, para descubrir las estructuras invariables por dilatación de escala". Después —escribe *Lesort*— que desde la creación de este concepto y sus primeras aplicaciones se sigue comprobando que en el mundo natural abundan los objetos cuya mejor representación matemática la dan los fractales. Cita como ejemplos: coloides y aerosoles, superficies de ciertos materiales, y cuerpos surgidos de fenómenos de crecimiento en general (agregaciones, coagulaciones, cristalizaciones, etc.).

Esto nos da ya una primera idea acerca de posibles aplicaciones meteorógicas, puesto que, según escribió el *Profesor Morán Samaniego* hace bastantes años —en su libro "Apuntes de Termodinámica de la Atmósfera"— la atmósfera hay que compararla con un *aerosol de agua, de polvo y de núcleos,* ya que es a lo que más se asemeja, tanto en lo morfológico como en lo energético, y esta idea no ha perdido actualidad ni mucho menos. Pero, además, siguen teniendo validez sus conceptos sobre formaciones de hielo atmosférico, o su "Teoría de la coagulación", que expone para explicar ciertas precipitaciones atmosféricas, así como la "trascendencia meteorológica de los símiles coloidales", base de posibilidades para influir en el tiempo, con ejemplos prometedores de catalización de lluvias, coagulación de nubes y ensayos para evitar las granizadas. En fin, nubes de turbulencia y fenómenos frecuentes como fractostratus, fractocúmulus y fractonimbus creo yo que también pueden y deben considerarse configuraciones fractales.

Refiriéndonos específicamente al libro mencionado de *Benoit Maldelbrot,* dice en su Introducción también, que los dos neologismos sinónimos "Objeto fractal" y "Fractal" se han introducido a partir del término *fractus* que significa "interrumpido" o "irregular". Luego escribe que una de las características principales de cualquier objeto fractal es su *dimensión fractal,* que denota con la letra D, y mide su grado de irregularidad e interrupción. Más adelante, distingue dos grados de orden en el caos: el *orden euclídeo* y el *orden fractal,* de manera que entre el domino del caos incontrolado y el orden excesivo de *Euclides,* hay a partir de ahora una nueva zona de *orden fractal.* Recuerda, después, que la geometría, exactamente tal como salió de los griegos, ha conseguido explicar triunfalmente el movimiento de los planetas, y que del mismo modo, sirvió para explicar las mareas y las olas, pero no la turbulencia atmosférica ni la oceánica.

Pues bien, precisamente, opino yo en el amplio campo de la *turbulencia atmosférica* es donde pueden esperarse más aplicaciones de los fractales. Por ejemplo, lo dicho en el capítulo 2.° —del libro de *Mandelbrot*— referido a una costa como la de Bretaña, cabría aplicarse a un perfil orográfico o topográfico, y por tanto a las influencias que estos perfiles tienen sobre los movimientos del aire y las consiguientes turbulencias mecánicas o a perfiles de dunas arenosas, con la ventaja de que en estos casos no hay interfases entre agua, aire y arena, sino sólo entre aire y suelo más o menos arenoso.

Turbulencias y remolinos horizontales

De acuerdo con ello, dedica nuestro autor el capítulo 8.° de su libro a la "Geometría de la turbulencia". Así, recuerda como una de sus características reside en su carácter violentamente "intermitente", y que el viento no sólo sopla siempre a ráfagas, sino que lo mismo ocurre a otras escalas. Entonces, dice *Maldelbrot,* que ha reanudado el esfuerzo unificador de *Von Weizsäcker* buscando una relación entre dos intermitencias, y la herramienta que propone son los *fractales.* Luego, también recuerda que estos problemas de intermitencias son especialmente agudos cuando el *Número de Reynolds* es muy grande como ocurre sobre todo en los casos oceánicos y atmosféricos.

Después, intenta primero establecer que la turbulencia natural muy avanzada, o su disipación, están "concentradas en", o "sostenidas por" conjuntos espaciales cuya dimensión es una fracción del orden de magnitud D = 2,5. Luego, escribe que se aventura a proponer que se defina como turbulento a todo flujo cuyo soporte tenga una dimensión comprendida entre 2 y 3.

Expone a continuación ejemplos de "cómo distinguir lo turbulento de lo laminar en la atmósfera", tomando como instrumentos los vuelos de aviones de distintas envergaduras, y llega al concepto de "cascada", que ya intuyó hace muchos años el precursor de la predicción numérica, *Lewis Fry Richardson,* como se dice en un curioso bosquejo biográfico que hace *Mandelbrot* sobre él, al final de su libro.

Nuestro autor dice que el soporte de la turbulencia es engendrado por una "cascada", de la cual en cada etapa parte un remolino que da como resultado N sub-remolinos, de un tamaño r veces menor, para explicar la disipación, con lo cual:

$$D = \frac{\log B}{\log \left(\frac{1}{r} \right)} \tag{1}$$

Luego, escribe que esta dimensión D puede estimarse empíricamente pero que hasta hoy nadie ha afirmado seriamente haberla deducido de consideraciones físicas fundamentales. Sin embargo, dice que en turbulencias se ha de suponer N mucho mayor que 1/r, y que la dimensión D debe ser aproximadamente igual a 2,5. Así, podemos escribir:

$$\frac{\log N}{\log \left(\frac{1}{r} \right)} \simeq 2{,}5 \tag{2}$$

Entonces, llamemos L_1 a una longitud característica horizontal de aquel remolino primario que parte de la cascada, por ejemplo, su diámetro, y que da como resultado N subremolinos secundarios con longitud característica:

$$L_2 = \frac{L_1}{r} \tag{3}$$

y, por tanto, según (2):

$$\log N \simeq 2{,}5 \log \left(\frac{L_2}{L_1} \right) \tag{4}$$

Pero si suponemos que n es la diferencia con que se forman los subremolinos horizontales, es decir su número en la unidad de tiempo:

$$n = \frac{N}{T} \tag{5}$$

tendremos:

$$\log \left(\frac{L_2}{L_1} \right) \simeq \frac{1}{2{,}5} \log (nT) \tag{6}$$

Entonces, puedo recordar, por ejemplo, que en mi publicación —citada en la bibliografía— al hablar de "influencias orográficas" consideraba estudios experimentales, con fluidos giratorios, introduciendo el *Parámetro adimensional:*

$$\frac{F}{2\,\Omega} \tag{7}$$

siendo Ω la *velocidad de rotación* y F la *Frecuencia de Brunt-Vaisala,* definida por la fórmula:

$$F^2 = \frac{g}{\rho} \cdot \frac{\delta\rho}{\delta z} \tag{8}$$

con g, aceleración de la gravedad, ρ *densidad media del fluido,* en la realidad aire, y $\frac{\delta\rho}{\delta\zeta}$ su *disminución vertical* supuesta lineal.

Decía, después, que ese *Parámetro* podía escribirse en función del *Número de Rossby:*

$$Ro = \frac{U}{2\Omega L} \tag{9}$$

siendo L y U longitudes y velocidades horizontales típicas, respectivamente, y de un primer *Número de Strouhal:*
ya que:

$$(Str)_1 = \frac{U}{LF} \tag{10}$$

ya que:

$$\frac{F}{2\,\Omega} = \frac{(Ro)}{(Str)_1} \tag{11}$$

Luego, recordaba "efectos orográficos a mesoescala, revelados por fotos de satélites", haciendo resaltar valores de un segundo *Número de Strouhal:*

$$(Str)_2 = \frac{U}{d \cdot n} \tag{12}$$

siendo U la velocidad del viento a 850 milibares, d el diámetro de una isla en sentido normal a esta corriente, y n la frecuencia con que se forman los remolinos horizontales a sotavento de la misma.

Pues bien, teniendo en cuenta la fórmula (6) se pueden deducir las extensiones de los dos remolinos sucesivos L_1 y L_2, que se forman al cabo del tiempo T, en dicha región, por medio de la expresión:

$$\log\left(\frac{L_2}{L_1}\right) \simeq \frac{1}{2{,}5}\log\left(\frac{UT}{(Str)_2 \cdot d}\right) \tag{13}$$

Experimentos de laboratorio

En fin, citaba diversos experimentos de laboratorio, relacionándolos con estelas de remolinos atmosféricos, observados a sotavento de islas de Canarias y de Madeira, remolcando obstáculos esféricos horizontalmente a través de fluidos estratificados, y observando las correspondientes estructuras de las estelas para diferentes valores del *Número de Reynolds:*

$$Re = \frac{ul}{\nu} \tag{14}$$

y del *Número de Strouhal:*

$$Str = \frac{u}{lF} \tag{15}$$

en los cuales u es la *velocidad* con que se realiza dicho remolque, l el *diámetro* de la esfera remolcada, ν la *viscosidad cinemática* del fluido y F la *frecuencia de Brunt-Vaisala.*

Pues bien, creo que merecería la pena comprobar la validez práctica de la fórmula (13) por medio de estos experimentos, midiendo a través de ellos los diámetros l_1 y l_2 del primero y segundo de los remolinos, formados en el tiempo t, para ver si obedecen a la expresión análoga:

$$\log\left(\frac{l_2}{l_1}\right) \simeq \frac{1}{2{,}5}\log\left[\frac{ut}{(Str) \cdot l}\right] \tag{16}$$

En caso afirmativo, se podrían aplicar dichos trabajos experimentales a predicciones de tamaños aproximados de remolinos horizontales, formados a sotavento de islas o elevaciones determinadas, reproduciendo en el laboratorio a escala y con la mayor fidelidad posible sus configuraciones topográficas en esos objetos arrastrados, y procurando que fueran sensiblemente iguales los correspondientes valores de los *Números de Reynolds* y de *Strouhal* para que hubiera semejanza dinámica.

Ello no ofrecería dificultades, ya que como decía también el *Profesor Morán Samaniego,* podría intentarse imitar movimientos atmosféricos construyendo *modelos,* incluso en régimen laminar, de esas corrientes aéreas, haciendo para los *Números de Reynolds:*

$$\frac{\rho' \, u' \, l'}{\mu} = \frac{\rho \, u \, l}{A_r} \tag{17}$$

donde el primer miembro correspondería a los modelos y el segundo a los obstáculos en la atmósfera, con diámetros l' y l y velocidades u' y u, respectivamente. Esto resultaría fácil —seguía— pues el término A_τ, que es la adecuada componente del tensor de rozamiento turbulento, es muchísimo mayor, que el coeficiente μ de viscosidad dinámica, y en la misma proporción sería $l' \ll l$, para compensar ese contraste. Así —insistía— aunque de este modo no hay semejanza rigurosa en los movimientos, pues el laminar no puede ser imagen exacta de uno turbulento, al menos se representa el *movimiento medio* del aire que es lo interesante.

Análogamente —preciso yo— tendría que lograrse, para los *Números de Strouhal,* que:

$$\frac{u'}{l' \, F'} = \frac{u}{l \, F} \tag{18}$$

donde F' y F son las *frecuencias de Brunt-Vaisala* para el fluido del modelo y la atmósfera, respectivamente. Ello creo que tampoco ofrecería dificultades, adaptado convenientemente los valores de la velocidad del arrastre del obstáculo con su diámetro, por una parte, y la densidad con su distribución verticalmente dentro del fluido utilizado en el laboratorio, por otra, de acuerdo con las magnitudes correspondientes para la isla, o elevación orográfica, y la atmósfera a su alrededor.

Bibliografía

COLONNA, J. F., y FARGE, M.: "La experimentación numérica por ordenador". *Mundo Científico,* n.° 70 (Ed. Fontalba). Barcelona. Junio 1987.

CRUTCHFIELD, J. P., y otros: "Caos". *Investigación y Ciencia* (Ed. Prensa Científica). n.° 125. Barcelona. Febrero 1987.

DUBOIS, M., y otros: "El orden cáotico". *Mundo Científico,* n.° 68. (Ed. Fontalba). Barcelona. Abril 1987.

LESORT, M.: "¿Qué es un fractal?". *Mundo Científico.* n.° 58 (Ed. Fontalba). Barcelona. Mayo 1986.

MANDELBROT, B.: "Los objetos fractales" (Traducción por Josep Llosa, de la 3.ª edición francesa). (Tusquet Editores). Barcelona 1987.

MARTÍN-MUNICIO, A.: "Imagen, fuerza y naturaleza". *"ABC".* Madrid, 11 de mayo de 1987.

PALOMARES CASADO, M.: "Turbulencias, atractores y caos en Meteorología". *Revista de Meteorología y Boletín de la Asociación Meteorológica Española* (AME). n.° 8. Madrid, 1986.

Se dispone en la Biblioteca del I.N.M. de las siguientes publicaciones, relacionadas con el tema del artículo.

MANDELBROT, B. (1987): "Los Objetos Fractales". Ed. Tusquets.

PEITGEN y RICHTER (1986): "The Beauty of Fractals" (Images of Complex Dynamical Systems). Ed. Springer Verlag.