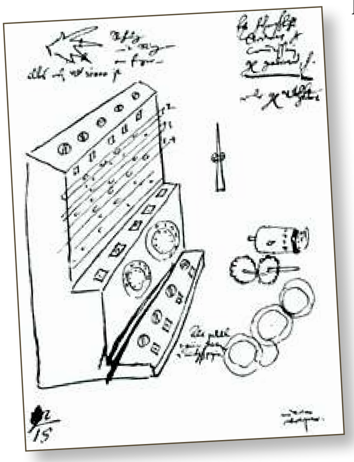
De ritmos y logaritmos

JOSÉ PRIETO

John Napier, o Neper en versión latina, fue un matemático escocés (1550-1617) que viajó por Europa para cultivarse y estudiar literatura. Tanto él como el suizo Joost Bürgi fomentaron el logaritmo, "la proporción numérica", como medio de cálculo, ocurrencia que ya llevaba décadas circulando con poca aceptación. Hay precedentes en la India y Egipto, aunque distantes del concepto actual.

https://de.wikipedia.org/wiki/John_Napier

La enorme potencia de los logaritmos era la de reemplazar multiplicaciones por sumas. La meta de Neper con su publicación *Mirifici Logarithmorum Canonis Descriptio* en 1614 y la de Henry Briggs con *Logarithmorum Chilias Prima* en 1617 eran los cálculos trigonométricos sobre la esfera con aplicación en la medición del suelo, tarea que también ocupó dos siglos después parte del genio de Gauss. Johannes Kepler dedicó sus *Ephemerides* a Neper por esa invención. De Neper son el lema del ángulo mitad y las analogías a su nombre. Sobre la base de su regleta de cálculo construyó Wilhelm Schickard la primera calculadora mecánica ("reloj de cálculo") en 1623, que operaba números de seis cifras y tocaba una campanilla para marcar el rebosamiento a siete. Esa campanilla era la precursora de la música oficinal del siglo XX, marcada por los retornos de carro y sus correspondientes tintineos.



Diseño original de Schickard para su reloj de cálculo (año 1623), de cuño futurista (de Wikipedia)

En la raíz de los logaritmos neperianos o naturales, tabulados por Neper, está curiosamente un número irracional, que no se puede escribir más que como límite en una sucesión. Se dice que Neper no llegó a reconocer ni calcular ese número, aunque en una de sus tablas apéndice aparecen cálculos fundados en él, contribución de otro autor. Jakob Bernoulli, estudioso del cálculo de variaciones, elucidó el mismo número sólo 65 años después a partir de los apuntes de Neper, y se lo apropió con talento comercial, tras notar que de un doblón bien administrado, al 100 % de interés anual, se podían conseguir por medio de recapitalizaciones constantes del interés hasta b=2.71828... doblones al final de un año, y ni un céntimo más.

El éxito de la constante

Los esfuerzos a principios del s.XVII por cuadrar la hipérbola hacían resurgir la nueva estrella del firmamento irracional. Euler la usaba en el cálculo de fuerzas explosivas en cañones, así que cabe decir que la base neperiana tuvo un nacimiento trepidante. Llegó para abrir la reunión de constantes matemáticas más celebrada, $\boldsymbol{e^{i\pi}+1=0}$. También la más natural de las distribuciones, representativa de *lo normal*, se basa en nuestro homenajeado guarismo. Leonhard Euler, suizo algo sobrado de autoestima, lo rebautizó, de b en e, en su *Mechanica* en 1736. Prolífico matemático, siguió publicando a ciegas cuando perdió la vista por no querer retrasar la producción de sus teoremas, tras una operación médica. De joven, había estudiado con el hermano menor de Jakob, Johann Bernoulli, en Basilea, dejando postergada su preparación en teología. Se interesó por el movimiento de la Luna, por la música y la acústica, como no podía ser menos en el más prestigiado matemático de la historia.

Vienen estas reseñas biográficas a cuento del problema de las medidas de cambio en cualquier dominio científico, como puede ser la climatología. Sí, y llama la atención la vieja paradoja del cálculo básico sobre incrementos: si una magnitud, como la concentración de CO_2, sube un 10 % en un periodo y luego baja (quién lo viera) un 10 % acaba su valor más bajo que al comienzo. Lo mismo si empieza bajando y luego sube, pues el leve absurdo es conmutativo. Hay una depreciación aparente en esa descripción con tasas de cambio. Si la tendencia es alcista, y el valor sube un 10 % en un par de décadas más otro 10 % en las siguientes, tendremos no ya un 20 % sobre el valor inicial, sino un 21 % para los cuarenta años. En descensos, dos seguidos del 10 % cada suman un descenso global del 19 %. Un despropósito aritmético de fácil corrección en nuestra época de cálculo barato y subordinado.

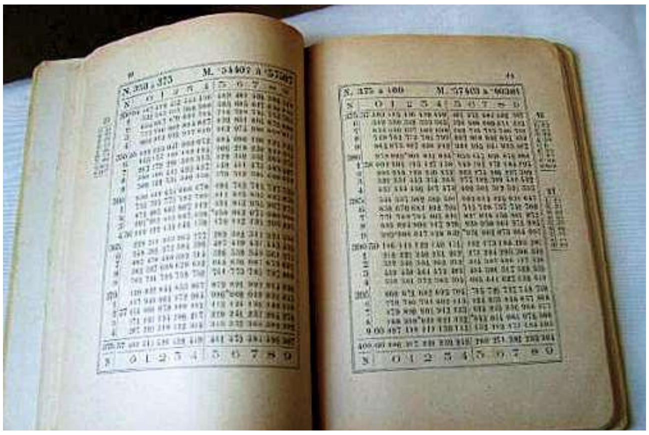
Puntos neperianos

Solución: En lugar de usar distancia a la unidad de cocientes entre valores para medir su cambio basta usar los cocientes en *puntos neperianos* (p.n.), o centésimas del logaritmo neperiano del cociente entre valores final e inicial. No busquen el concepto en la literatura porque es mi humilde contribución a una medida sensata de las variaciones. Los puntos neperianos son parecidos a los porcentuales, basados en

Valor inicial	Valor final	Variación (en p.n.)	Variación porcentual (%) (a extinguir)
95	100	5.13	5.26
100	95	-5.13	-5.00
100	105	4.88	5.00
100	122.1	20.0	22.1
5 incrementos sucesivos de 20 p.n. cada uno:			
100	271.8	100.00	171.8

diferencias, y casi coinciden con ellos para cambios pequeños, siendo la discrepancia de menor orden. La ventaja de los puntos neperianos sobre los porcentuales es que son reversibles. Si hoy la magnitud vale A, mañana B, y al otro día vuelve a A, el cambio que resulta de sumar los incrementos diarios es exactamente cero, también para cualquier número de días o periodos contables. En la evolución A,B,C no importa la secuencia de cambios, y la suma de incrementos será siempre 100*ln(C/A). El cambio neperiano será único e independiente de la evolución. No es así con el cambio porcentual, que no se deja sumar diariamente para reconstruir el cambio al final, y la suma depende de esa evolución intermedia.

Para incrementos escalonados abultados como los de las bolsas de valores en guerras comerciales, por ejemplo 5 puntos neperianos al día, en 20 días crecerá la bolsa justamente 100 p.n., para llegar a un valor de 271.8, que ya reconocemos en Bernoulli. Me diréis que en el comercio de valores se consideran el de compra y el de venta, y que nadie se preocupa de las variaciones porcentuales diarias del valor. Con razón. Pero para los inversores será una satisfacción estética ver que los puntos ganados o perdidos cada día suman y res-



Sólo para mayores de 50 años: Ilustración de tablas logarítmicas

tan exactamente hasta el total de lo que ganamos o perdemos con la inversión. Qué tal cambiar también la presentación de resultados en climatología, aprovechando el cambiante clima.

Una curiosa propiedad de e es ser suma del término 1/n! para todos los números naturales más el cero. Cambiar el signo en los términos pares convierte la suma en su inversa, 1/e, que es probabilidad de no acertar por azar a etiquetar correctamente ninguna de muchas servilletas con el nombre de su comensal, como en el problema de Montmort. Lo más fácil pues es que suene la flauta con alguno. Y que un día próximo los puntos neperianos reemplacen a sus toscos primos porcentuales.

Bibliografía

- Napier y artículos relacionados https://de.wikipedia.org/wiki/John_Napier
- Sobre la vida de Euler http://www.biologie-schule.de/leonhard-euler.php
- Sobre las aplicaciones del número e https://en.wikipedia.org/wiki/E_(mathematical_constant)

Con la venia de ... Bartolomé Esteban Murillo

Niños comiendo uvas y melón. Hacia 1647

-He notado en este cacharro que encontramos que llueve cuando sale el siete. No falla.

-Siempre has sido muy dado a supersticiones...
-Por una moneda podíamos avisar de lluvia.