VAN DE MIL EN MIL...

Por JOSE M.ª MONASTERIO
Ayudante de Meteorología.

En cierto observatorio había contratado un auxiliar administrativo, erudito por cierto, sobre todo cuando se trataban temas de divulgación científica. Hablando del sistema métrico decimal y como continuación a una charla anterior sobre sistemas de numeración en general, me formuló la siguiente pregunta: Si las unidades de volumen «van de mil en mil», según mi aritmética, ¿no podríamos decir que se expresan en «sistema de base mil»?

Entonces, para aclarar sus conceptos, tuve que recurrir al siguiente desarrollo:

En el sistema de base 6, por ejemplo, los números vendrán expresados de la forma

$$\ldots\, d\; c\; b\; a_{(6}$$

donde a, b, c, d, ..., son las unidades de los distintos órdenes, sin más limitaciones que la de que todas las cifras han de ser menores que la base, con lo que sólo necesitaremos cinco signos y el cero para la representación de todos los números; en base 12, necesitaremos once signos y el cero, con lo que además de los nueve conocidos utilizaremos α (que vale 10) y β (que vale 11).

Si queremos utilizar como base un número muy grande, como 25, por ejemplo, en que se hace necesario aprender 24 signos diferentes además del cero, podemos recurrir a un artificio que consiste en exprsar las cifras en el sistema que conozcamos, en nuestro caso, el decimal, representando las nuevas cifras entre paréntesis y siempre con un número fijo de cifras elementales dentro de ellos:

(00), (01), (02), ... (09), (10), (11), ... (22), (23), 24).

Así, pues, el número 8.974 decimal lo expresaremos en base 25, así:

$$8.974 = (14)\;(08)\;(24)_{(25}$$

No es necesario que nos expresemos en base 10, dentro de los paréntesis, pero para expresarnos en otra base hemos de idear una nueva notación:

$$8.974 \begin{matrix} 10 \\ 10 \end{matrix} = (14)\ (08)\ (24) \begin{matrix} 25 \\ 10 \end{matrix}$$

en que el índice superior significa que la base del *sistema de numeración* es 25 y el índice inferior expresa que la base del *sistema de expresión* es 10 para cada cifra, aunque muy bien pudiera ser otro cualquiera.

TEOREMA.—Si la base de numeración es potencia perfecta n^p de la base de expresión n, para pasar un número de base n^p a otro de base n bastará quitar los paréntesis.

Sea el número:

$$N = \ldots \underline{(b_3\, a_3)}\ \underline{(b_2\, a_2)}\ \underline{(b_1\, a_1)} \begin{matrix} n^2 \\ n \end{matrix}$$

para demostrar el teorema bastará descomponer el número en su forma polinómica:

$$N = b_1\, a_1 + b_2\, a_2 \,.\, n^2 + b_3\, a_3 \,.\, (n^2)^2 + \ldots$$

pero como los números $b_1\, a_1$, ..., etc., están expresados en base n, tendremos:

$$\begin{aligned} N &= a_1 + b_1\, n + (a_2 + b_2\, n)\, n^2 + (a_3 + b_3\, n)\, (n^2)^2 + \ldots = \\ &= a_1 + b_1\, n + a_2\, n^2 + b_2\, n^3 + a_3\, n^4 + b_3\, n^5 + \ldots \end{aligned}$$

que es la expresión del número dado (base n^2) en base n, o sea que como queríamos demostrar:

$$\ldots \underline{(b_3\, a_3)}\ \underline{(b_2\, a_2)}\ \underline{(b_1\, a_1)} \begin{matrix} n^2 \\ n \end{matrix} = \ldots b_3\, a_3\, b_2\, a_2\, b_1\, a_1 \begin{matrix} n \\ n \end{matrix}$$

Si hemos utilizado el sistema de base n^2 por su sencillez, lo mismo se podría generalizar para n^p con p cifras en cada paréntesis-cifra.

* * *

Pasemos ahora al tema objeto de discusión:

Las unidades de volumen tienen como base del sistema de numeración el número 1.000 y como base del sistema de expresión el 10.

En el sistema de base 10^3, los signos convenidos podrían ser:

(000), (001), (002), ... (009), (010), ... (020), ... (098), (099), (100), ...
... (998), (999).

Para reducir los números calculados es el sistema de base 1.000 a base 10, bastará quitar los paréntesis. Esta coincidencia es la que permite hablar sólo de *sistema decimal*, manejando tres cifras para cada orden de unidades.

Así, el erudito informador quedó más satisfecho, aunque al final recalcó: «¡¡¡Efectivamente, van de mil en mil...!!!»