

Domingo de Soto

TEÓRICO PIONERO DE LA DINÁMICA

JOSÉ ANTONIO LÓPEZ DÍAZ. AEMET, MADRID

Introducción

Recientemente, leyendo la muy interesante y documentada obra del profesor Agustín Udías Vallina, catedrático emérito de Geofísica de la Universidad Complutense, "Historia de la Física: de Arquímedes a Einstein", descubrí con sorpresa que la primera persona de que se tiene noticia que afirmó que el movimiento de caída libre de los graves es uniformemente acelerado no fue Galileo, como se suele afirmar en los libros de física general y otros de divulgación, sino Domingo de Soto (Segovia, 1494 - Salamanca, 1560). Este dominico español se adelantó en más de medio siglo a Galileo con esta afirmación, y creo que por ello merece más reconocimiento y crédito, al menos en su propio país, del que tiene.

Tras efectuar alguna indagación me he encontrado con bastante material sobre el tema. Al parecer fue Pierre Duheim hace más de un siglo, en '*Dominique Soto et la escotastique parisienne*', Bulletin Hispanique, vol. 2 (1910). vol. 13 (1911) y vol 14 (1912), el que primero llamó la atención sobre el tema (Pérez Camacho). Pero como afirma Pérez Camacho, desde entonces han sido escasos los trabajos sobre el dominico segoviano. He encontrado una referencia reciente en *Physics Today* de Jorge Mira Pérez, "Domingo de Soto, early dynamics theorist". Pero tengo la impresión de que estos trabajos no han penetrado en la comunidad de los amantes de la física, así que pretendo con este trabajo contribuir algo en esa dirección.

En realidad Domingo de Soto es bastante más conocido como teórico del derecho y como teólogo, con una participación destacada en el Concilio de Trento. Como jurista destaca su obra *De iustitia et iure* (1557) y como teólogo destaca *Ad Sanctum Concilium Tridentinum de natura et gratia libri tres*.

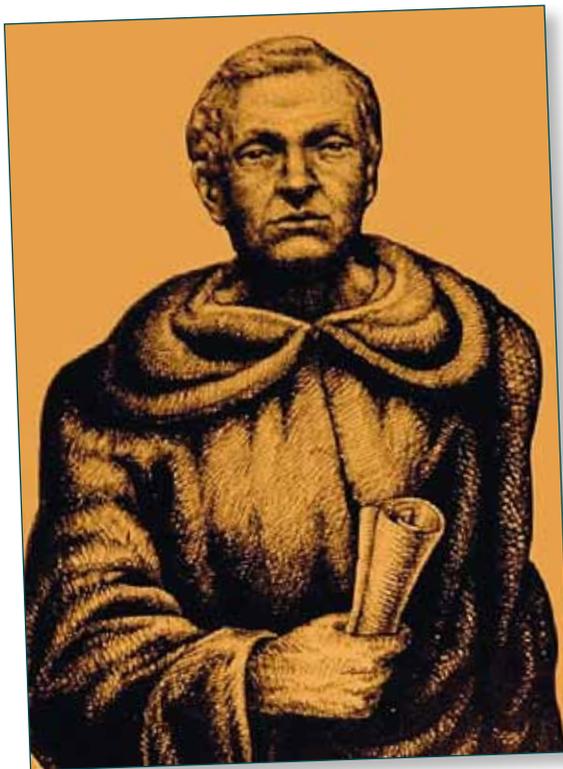
Como teórico de la física la obra fundamental de este autor es *Quaestiones super octo libros physicorum Aristotelis* (1555), un comentario a la *Physica* de Aristóteles. En esta obra demos-

tró poseer un conocimiento amplio de la física de los mertonianos, grupo de filósofos que fueron *socii* del Merton College de Oxford a mediados del siglo XIV. Los mertonianos destacaron por sus contribuciones a la cinemática, en particular del movimiento acelerado, llegando a enunciar la forma correcta para la relación entre la velocidad, el tiempo y el espacio recorrido en el movimiento uniformemente acelerado (o *uniformiter disformis* como se decía en la época), a saber la regla de Merton: "en iguales períodos de tiempo, un móvil con velocidad uniformemente acelerada u otro con velocidad igual a la media entre las velocidades inicial y final del movimien-

to uniformemente acelerado, recorrerán espacios iguales". Esta regla se anticipó al desarrollo de cálculo infinitesimal para integrar correctamente la velocidad sobre el tiempo. Los principales mertonianos fueron Bradwardine y Heytesbury.

Otra importante influencia sobre Domingo de Soto, que estudió en la universidad de París, fue la escuela de París (Juan Buridán, Alberto de Sajonia y Nicolás de Oresmes, s. XIV). Estos autores destacaron sobre todo por su teoría del *ímpetus*, una contribución fundamental a la dinámica, que se alejaba de la teoría aristotélica del movimiento de los proyectiles como causado por la perturbación transmitida al aire. El *ímpetus* sería una cualidad impresa al proyectil en el momento de lanzarlo gracias a la cual persiste en su movimiento. Aunque es un tema sujeto a polémica, parece que podemos ver aquí una importante prefiguración del prin-

cipio de inercia, que solo alcanzaría su forma madura actual con Descartes (Galileo todavía consideraba natural el movimiento circular). Incluso estos autores llegaron a interpretar la caída acelerada de los graves como resultado de recibir estos continuamente más ímpetus por efecto de la gravedad, lo cual es evidentemente muy próximo conceptualmente a la segunda ley de Newton. Estos autores medievales dieron el importante paso conceptual de considerar todos los mo-



Domingo de Soto

vimientos bajo el mismo prisma, y no como Aristóteles distinguir entre los movimientos naturales y los violentos como esencialmente diferentes.

El texto clave de Domingo de Soto

En la obra antes citada del dominico segoviano, en Libro *septimo, tertia quaestio*, encontramos los textos clave. Primero una definición precisa del movimiento uniformemente acelerado:

“Movimiento uniformemente disforme con respecto al tiempo es el movimiento de tal modo disforme, que si dividimos según el tiempo (a saber según anterior y posterior), la velocidad del punto medio de la proporción excede la velocidad del extremo más lento lo que es excedida por el más rápido”

A continuación Soto escribe la sentencia que le ha concedido un puesto de honor en la historia de la física:

«Este tipo de movimiento uniformemente disforme con respecto al tiempo propiamente sucede en los [graves] naturalmente movidos y en los proyectiles. Donde un peso cae desde lo alto por un medio uniforme, se mueve más veloz en el fin que en el principio. Sin embargo el movimiento de los proyectiles es más lento al final que al principio: el primero aumenta de modo uniformemente disforme, y el segundo en cambio disminuye de modo uniformemente disforme»¹

Como afirma Pérez Camacho (Pérez Camacho, J.J., Sols Lucía, I. *Domingo de Soto en el origen de la ciencia moderna*): “Con estas afirmaciones Domingo de Soto recorrió la enorme distancia que separa la abstracción matemática de la realidad física, proporcionando la clave de acceso para una matematización de las leyes de la naturaleza. De este modo —como indica Duhem— unió dos ideas que se transmitieron paralelas: la aceleración de la caída de graves, y el movimiento uniformemente disforme. Es el principio que Galileo buscaba en 1604 para establecer el fundamento de la cinemática.”

Y por cierto que Galileo en 1604 todavía estaba en el error de considerar el movimiento uniformemente acelerado respecto al espacio, no al tiempo como Domingo de Soto correctamente.

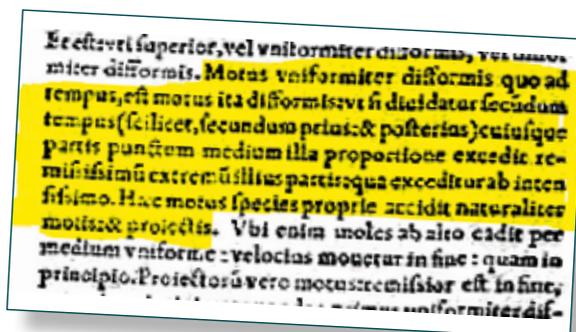
Solo después Galileo corrigió su error. Al discutir el movimiento uniformemente disforme con respecto al tiempo Domingo de Soto manifiesta su completa comprensión de este tipo de movimiento. Cualquier posible ambigüedad es aclarada al proponer la cuestión: «Si la velocidad de un móvil que es movido uniformemente disforme ha de ser denominada por su velocidad máxima, como en el caso de un grave que cayera durante una hora desde velocidad nula hasta 8, ¿ha de decirse movido con velocidad 8?» Responde en términos de la regla de Merton, ya que es partidario de nombrar la velocidad del movimiento uniformemente disforme por la velocidad media, y no por la máxima. Su ejemplo termina de aclarar el asunto: «Si el móvil A, durante una hora, va aumentando siempre su velocidad de 0 a 8, recorre precisamente tanto espacio como [otro móvil B que se mueve con velocidad uniforme de magnitud 4 en el mismo [período de] tiempo]» No cabe la duda sobre su correcta comprensión del término *uniformiter disformis*, y de cómo se aplica a un objeto que cae libremente.

¿Fue el primero Domingo de Soto?

Sobre la cuestión de la primacía en la vinculación de la caída de los graves con el movimiento uniformemente acelerado ha habido cierta polémica, debido a que en el texto que hemos visto de Domingo de Soto, este no se atribuye la primacía de forma explícita. Sobre esta cuestión hay que tener en cuenta

en primer lugar que la mentalidad de Domingo de Soto, que además era un religioso, era muy distinta de la actual. Para este teólogo, que cuando escribió este texto sobre física ya era un afamado teólogo, famoso por su participación en el Concilio de Trento, es muy probable que estas discusiones sobre física fueran relativamente menos importantes que las otras facetas que cultivó. En esto la diferencia con un Galileo, ya en plena modernidad y que sí tiene gran interés en ser el primero y que así se le reconozca en sus hallazgos, no puede ser más clara.

Pérez Camacho cita un estudio de William Wallace en 1968, en que este autor estudia a diecinueve autores anteriores y contemporáneos a Soto, destacados por sus estudios de los tipos de movimiento. De entre estos autores, encuentra Wallace, sólo Soto proporciona sistemáticamente ejemplos para el más simple de los esquemas de división empleados —al que considera sólo una variable independiente en cada momento—. Los demás autores interesados en proporcionar ejemplos —principalmente escritores de finales del siglo XV



Texto de la obra *Quaestiones super octo libros physicorum Aristotelis* de Domingo de Soto con la enunciación de la ley del movimiento de los graves en caída libre.

¹ “Motus uniformiter disformis quo ad tempus, est motus ita disformis : ut si dividatur secundum tempus (scilicet, secundum prius & posterius) cuiusque partis punctum medium illa proportione excedit remississimum extremum illius partis : qua exceditur ab intensissimo. Haec motus species proprie accidit naturaliter motis & projectis. Ubi enim moles ab alto cadit per medium uniforme : velocius movetur in fine : quam in principio. Projectorum vero motus : remissior est in fine, quam in principio : atque adeo primus uniformiter disformiter intenditur secundus vero uniformiter disformiter remittitur.”

Domingo de Soto

TEÓRICO PIONERO DE LA DINÁMICA

o principios del XVI trabajaron con esquemas de dos variables (espacio y tiempo) simultáneas, lo que generalmente impidió la posibilidad de considerar el caso del movimiento uniformemente disforme respecto del tiempo.

Como conclusión, es bastante probable que Domingo de Soto no fuera solo el primero que dejó constancia escrita de esa ley física, sino que fuera el primero en formularla de forma precisa.

Discusión sobre las bases teóricas del hallazgo de Domingo de Soto: “uniformiter disformis quoad tempus”

Pero podemos preguntarnos cómo llegó Domingo de Soto a esa intuición teórica fundamental para la física, dado que no fue a partir de la experimentación, que en su época todavía estaba poco desarrollada. La única pista que nos da este autor en el texto citado antes, donde enuncia la ley de caída de los graves, es que en este movimiento la velocidad es mayor al final que al principio, o sea, podemos sobreentender, la velocidad crece con el tiempo. Con tan solo esa constatación, bastante obvia por otra parte, Domingo de Soto da el salto a la afirmación sobre el carácter uniformemente acelerado de ese movimiento de caída. Para ver en qué se apoyó, creo que es importante darse cuenta de que Domingo de Soto era también un importante filósofo. Él sabía que el movimiento más natural es uniforme, como el de los astros del cielo, del que habla también en su obra *Quaestiones super octo libros physicorum Aristotelis*, afirmando que es uniforme en cuanto al ángulo recorrido, o sea, que piensa, erróneamente como Aristóteles, que es un movimiento circular con velocidad angular constante. Esta idea de que lo natural es sencillo estaba fuertemente anclada en el pensamiento griego clásico.

Pero como el movimiento de caída de los graves, aunque también es natural, no es *uniformis simpliciter*, seguramente pensó que debe ser lo más sencillo y próximo posible al *uniformis*. Para él estaba claro que este movimiento era el *uniformiter disformis*, que no es uniforme en el pleno sentido, pero sí que lo es en parte. Es posible que tuviera en mente también la famosa navaja de Ockham, *entia non sunt multiplicanda praeter necessitatem* (no hay que multiplicar los entes sin necesidad, tan pertinente también por cierto para la cosa pública), para complicar lo menos posible la descripción del movimiento, y quizá también una intuición de cierta uniformidad causal en los fenómenos naturales.

Pero quiero discutir ahora un hecho que me parece clave para explicar la magnífica intuición teórica de Domingo de Soto, y es el papel que juega en todo ello que considerara el movimiento *uniformiter disformis* pero *quoad tempus*,



Busto de Domingo de Soto en Segovia, enfrente de la sede segoviana de la Universidad de Valladolid

es decir, con relación al tiempo. Porque ya vimos que otros autores, y hasta el mismo Galileo, especularon con el movimiento *uniformiter disformis quoad spatium*. Veamos qué posibilidades se abren para este último tipo de movimiento, y si eran una alternativa teórica viable para Domingo de Soto, o si simplemente tuvo la suerte de no considerarlas y acertar en la conclusión.

Poniéndonos en la mentalidad de Domingo de Soto, busquemos definir un movimiento que satisfaga una regla de Merton (esto es, que sea uniformemente acelerado), pero intercambiando los papeles del espacio y del tiempo. Este movimiento, por tanto, se caracteriza porque la velocidad en el medio del espacio recorrido es la media de las velocidades al principio y final del trayecto. De esto se deduce que para este movimiento tenemos una dependencia lineal de la velocidad con el espacio, que conduce a:

$$dv = \alpha ds = \alpha v dt \rightarrow dv/v = \alpha dt \rightarrow v(t) = v(0) \text{Exp} [\alpha (t - t_0)]$$

con α constante. De aquí se deduce que la relación entre el espacio recorrido, el tiempo y la velocidad es $s(t) = s(0) + v(0)/\alpha \text{Exp} [\alpha (t - t_0)]$. Vemos que este movimiento es mucho más complicado que el *uniformiter disformis quoad tempus*, y no conduce a una regla de Merton sencilla que relacione velocidad, tiempo y espacio. No es extraño que los físicos medievales no siguieran por este camino, incluso es dudoso que pudieran haber encontrado la ley de este movimiento

² “a. mobile una hora moveatur intendendo semper motum non a grado usque ad .8. tantunden spatii transmittet, quantun b. quod per simile spatium eodem tempore uniformiter moveretur”, nl .4.”. *Quaestiones* lib. 7, q. III, fol. 94, col. a.

sin conocer el cálculo diferencial (por supuesto no en la forma anterior, con una exponencial que desconocían, pero sí en forma de ley geométrica equivalente, tal como $v(n)/v(0) = (v(1)/v(0))^n$ para n entero)³.

Pero si reflexionamos con cuidado, vemos que para obtener una regla de Merton sencilla hemos de ser perfectamente consistentes en el cambio de los papeles del espacio y el tiempo, y esto debe afectar también a la definición de la velocidad. En efecto, hemos de partir, no de la velocidad, sino introducir una nueva magnitud física, llamémosla “lentitud”, definida por $l = 1/v = dt/ds$, en donde los papeles de s y t respecto a la velocidad se invierten. Ahora sí que, en función de la lentitud, y cambiando sistemáticamente s por t y viceversa, obtenemos un movimiento uniformemente l -acelerado, definido por $dl/ds = -\beta$ con β constante (el signo de β es para que β positiva corresponda a aumento de velocidad con el espacio o el tiempo). La correspondiente l -regla de Merton rezaría: en un movimiento uniformemente l -acelerado el móvil consume un tiempo, para recorrer un espacio determinado, dado por el producto del espacio y de la semisuma de las lentitudes del móvil al principio y al final del espacio dado (que es la lentitud del móvil en el medio del espacio dado). Creo además que queda claro del razonamiento anterior que esto estaba al alcance de las capacidades matemáticas de la época, pues los mismos razonamientos que conducen del movimiento *uniformiter disformis quoad tempus* a la regla de Merton partiendo de la velocidad, conducen partiendo de la lentitud para el movimiento *uniformiter disformis quoad spatium* a una correspondiente l -regla de Merton.

Así pues vemos que, aparentemente, y desde luego estrictamente desde el punto de vista puramente matemático, Domingo de Soto disponía de dos candidatos igualmente naturales para el movimiento en caída libre de los graves. Parecería, pues, que en la elección a priori de D. de Soto del movimiento *uniformiter disformis quoad tempus* como más natural para la caída de los graves hubo un 50% de suerte. El hecho de que la naturaleza haya expresado sus leyes en la forma más simple a partir de v en lugar de l no deja de ser un misterio. Por ejemplo, la segunda ley de Newton $F = m dv/dt$, expresada en función de l y su derivada natural $dl/ds = -\beta = d^2t/ds^2$, queda en la forma $F = m \beta l^3$, que sin duda es más compleja. Una fuerza constante produce una l -aceleración que varía con

la tercera potencia de l , pero produce una aceleración constante. Pero la naturaleza, podemos especular, podría haber escogido como magnitud física fundamental la l -fuerza, definida por una l -2ª ecuación de Newton de la forma $l-F = m \beta = -m dl/ds$ y toda la dinámica cambiaría.

Pero volviendo al enigma que nos ocupa de Domingo de Soto y su intuición teórica, el hecho es que, desde el principio de la física, se ha hablado de velocidades en lugar de lentitudes. Creo que esto debe responder a una realidad profunda, incluso una intuición, confusa ciertamente, de las leyes de la dinámica. En realidad, nuestro cuerpo está sometido a las leyes de la dinámica, y el hombre siempre ha percibido que se requiere esfuerzo para imprimir a un móvil velocidad, por lo que parece natural que lo que requiere esfuerzo haga crecer una magnitud, no disminuirla (en términos de lentitudes, se requeriría esfuerzo y gasto de energía para disminuir la lentitud). Aplicando una tensión muscular constante durante un tiempo a un móvil (lo que equivaldría a aplicar una fuerza constante) se experimenta que el móvil va adquiriendo paulatinamente velocidad. Desde este punto de vista, el hecho de haber desde el principio trabajado con velocidades en lugar de lentitudes podría verse como una anticipación confusa de los principios básicos de la dinámica.

Otro argumento en esta línea es que es también más natural asignar a un móvil en reposo, de siempre considerado el estado más natural (la *inclinatio ad quietem* de los medievales, lo que por cierto retrasó la formulación correcta de la ley de inercia, pero que no deja de ser cierto en medios disipativos con rozamiento que son los habituales), un valor nulo de velocidad, en lugar de un valor infinito de la lentitud. Por tanto, quizá podamos concluir que en la magnífica intuición teórica de Domingo de Soto, hubo, después de todo, menos de un 50% de suerte, y en su lugar un porcentaje considerable de esa intuición ancestral confusa, compartida por muchos, de los principios de la dinámica expresada en la preferencia universal de las velocidades frente a las lentitudes. Como hemos visto, formulada la cinemática a partir de velocidades, conduce de forma natural al movimiento uniformemente acelerado (con relación al tiempo) como el más semejante al uniforme. Pero fue Domingo de Soto el primero que tuvo la audacia y el acierto de asignarlo a la caída de los graves.

Referencias

● Mira Pérez, J., Domingo de Soto, early dynamics theorist, *Phys. Today* 62(1), 9 (2009); doi: 10.1063/1.3074244

● Pérez Camacho, J, Sols Lucía, I., Domingo de Soto en el origen de la ciencia moderna (disponible en Internet)

● Udías Vallina, A. “Historia de la Física: de Arquímedes a Einstein” (Ed. Síntesis, 2004)

³ “También vemos que si $v(0) = 0$, es decir, el móvil está inicialmente en reposo, su velocidad con este movimiento será siempre nula (agradezco a uno de los revisores el haberme indicado esto). Esto indica que esta ley no es invariante frente a una transformación galileana, pues de serlo el reposo sería relativo. O más directamente, de la ley en la forma $dv = \alpha ds$ vemos que sustituyendo $v \rightarrow v+c$, $s \rightarrow s+c t$ con c constante cambia la forma de la ley. Esto sería un argumento definitivo hoy para rechazar esta ley de movimiento, pero en la época de D. de Soto estos conceptos no estaban desarrollados, y había que considerar estas posibilidades a priori.