

ESTUDIO DE LAS PRECIPITACIONES MÁXIMAS EN 24 HORAS, DEL PERIODO 1961-1996, EN PUNTOS DE GRID SOBRE LA PENÍNSULA IBERICA E ISLAS BALEARES: DOS AJUSTES A LA FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE GUMBEL.

Montserrat Fátima Lazcano Martín

Instituto Nacional de Meteorología, Servicio de Aplicaciones Meteorológicas.

Tfno.: 915819737, e-mail: mlazcano@inm.es

Resumen

Estudio sobre datos de precipitación máxima en 24 horas anual, de 1961 a 1996, procedentes del banco de datos del INM y referidos a 203 puntos de una malla de alta resolución que se extiende sobre la Península Ibérica y las Islas Baleares.

Para analizar las precipitaciones, probabilidades y periodos de retorno, se han aplicado dos métodos de ajuste a la Función de Distribución de Gumbel: el Método de los Momentos y el Método de Máxima Verosimilitud.

El elevado número de datos diarios tratados y la doble salida de resultados numéricos y gráficos, de los que sólo se muestran los de varios puntos de grid, permiten obtener algunas conclusiones sobre la calidad de la base de datos tratada y sobre los dos métodos de ajuste.

Abstract

A study of 24-hour maximum precipitation data through the period 1961-1996, coming from INM data sources and referred to 203 grid points of a high-resolution net, which lengthens around 61x51Km² in latitude-longitude, spreading over the Iberian Peninsula and the Balearic Islands.

With the purpose of analyzing relationships between precipitations, probabilities and periods of return, Gumbel Distribution Function and two different fitting methods were applied: the Moments Method and the Maximum Likelihood Method.

The huge number of daily data initially treated and the double output of graphic and numerical results, from which it were selected several grid points only, allow us to obtain some remarks about data base quality and the behaviour of fitting methods used.

Palabras clave

Grid, Gumbel, Probabilidad, Periodo de Retorno, Parámetro

1. INTRODUCCIÓN

Existen numerosos estudios sobre precipitación máxima recogida en 24 horas anual realizados con datos procedentes del banco de datos del Instituto Nacional de Meteorología (INM), medidos en observación en la extensa red de estaciones sinópticas y termo-pluviométricas que posee. Además, dispone de datos de la misma variable referidos a 203 puntos de una malla de alta resolución, que no se hallan exactamente sobre las estaciones de observación, de unos 61 Km x 51 Km en latitud-longitud. Los valores de precipitación diaria asignados no son exactos pero sí representativos de unos 2500 Km² de área. Estos datos, que se calcularon con un algoritmo de interpolación espacial, debieron cumplir ciertas condiciones horarias, de calidad y de distancia al punto de grid. Se obtuvieron tras un proceso de downscaling aplicado a datos procedentes del análisis NCAR y de la red del INM (dispone más de 7000 estaciones).

Los datos en puntos de grid tienen tres ventajas:

- Son una representación espacial regular de la precipitación.
- Las nuevas series temporales de datos están completas.
- Tienen en sí mismos un filtro que evita el riesgo de inhomogeneidades.



Fig.1.1: Numeración de los puntos de grid sobre la Península Ibérica e Islas Baleares.

Los datos con los que se ha trabajado son datos diarios de un periodo de 36 años, de los que se ha extraído el valor máximo anual, asumiendo que las series resultantes de cada punto de grid son muestras aleatorias de una población de variable x que sigue una distribución $F(x)$. El valor de la variable con una probabilidad $1/T$ de ser superada se dice que tiene un periodo de retorno T , cumpliéndose que $1 - F(x_T) = 1/T$.

2. FUNCIÓN DE DISTRIBUCIÓN DE VALORES EXTREMOS DE GUMBEL

Se ha elegido la Función de Distribución de Gumbel para calcular en cada punto de grid, la probabilidad de ocurrencia y los periodos de retorno asociados a la variable de entrada x , así como los intervalos de confianza dentro de los que cabe esperar que se halle x cuando se exige un cierto grado de significación. Las expresiones matemáticas que definen la variable y los parámetros de esta función son las siguientes:

$$F(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\mu}{\alpha}\right)\right]; \quad S_n = \frac{S}{\alpha}; \quad Y_n = \frac{1}{\alpha}(\bar{x} - \mu)$$

La fórmula doble-logarítmica tiene un coeficiente de sesgo constante, $C_s=1.14$, y depende de un parámetro de localización, μ , y de un parámetro de escala, α .

Se quiere estudiar el comportamiento de dos métodos de ajuste matemático aplicados a esta función. Lo primero que se distingue en el procedimiento a seguir es el orden de cálculo de los parámetros que intervienen:

- **Método de los Momentos:** Se basa en suponer que los momentos teóricos son iguales a los momentos de la muestra.
Los valores de S_n e Y_n se extraen de tablas estándar, dados en función del número de años de datos a tratar, por tanto, serán los mismos para todos los puntos de grid; después se calculan μ y α .
- **Método de Máxima Verosimilitud:** Consiste en obtener los parámetros que maximizan la probabilidad de que se dé la muestra observada.
En este caso, se estiman μ y α en cada punto de grid, después S_n e Y_n , diferentes en cada punto. Este método es considerado como el más eficiente, es decir, aquel que

produce una menor varianza en los parámetros estimados, pero sin embargo, es sensible a la elección de una función de distribución adecuada. Se comienza estableciendo el Funcional de Máxima Verosimilitud de la Distribución, L .

$$L = \prod_{i=1}^N f(x_i; \mu; \alpha); \quad \text{donde } f(x_i; \mu; \alpha) \text{ es la función de densidad.}$$

Para el caso de valores extremos máximos:

$$f(x_i; \mu; \alpha) = \frac{1}{\alpha} * e^{-\frac{(x_i - \mu)}{\alpha}} * e^{-\exp\left[-\frac{(x_i - \mu)}{\alpha}\right]}$$

Pero es el logaritmo neperiano del Funcional de Máxima Verosimilitud ó función soporte, LnL , la función que define la máxima probabilidad buscada, debiendo cumplir las dos condiciones del Sistema(1).

$$LnL = \sum_{i=1}^N Ln[f(x_i; \mu; \alpha)] = -N * Ln\alpha - \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \mu)}{\alpha} - \sum_{i=1}^N \exp\left[-\frac{(x_i - \mu)}{\alpha}\right]$$

$$\text{Sistema(1): } \begin{aligned} \frac{\partial}{\partial \mu}(LnL) &= 0; \\ \frac{\partial}{\partial \alpha}(LnL) &= 0; \end{aligned}$$

Para la resolución de este sistema no lineal se optó por el Método Newton-Raphson, que permite obtener estimaciones aproximadas de μ y α haciendo correcciones $\mu + \delta\mu$, $\alpha + \delta\alpha$ a valores de μ y α elegidos previamente. Este método se caracteriza por la rapidez con la que se consigue la convergencia local de la función. Las correcciones se calculan con otro sistema de ecuaciones:

$$\text{Sistema(2): } \begin{aligned} \delta\mu * L_{11} + \delta\alpha * L_{12} + L_1 &= 0 \\ \delta\mu * L_{12} + \delta\alpha * L_{22} + L_2 &= 0 \end{aligned}$$

Donde $L_1, L_2, L_{11}, L_{22}, L_{12}$ son las derivadas primeras y segundas del LnL respecto de los parámetros μ y α , correlativamente. Además, se pueden estimar en función de estas derivadas el valor de la matriz hessiana, (de valor negativo en el máximo), los errores estándar de μ y α y la correlación existente entre ambos parámetros.

Así, el resultado del Sistema(1) va a ser función de los valores de partida utilizados en el método de los Momentos (M) y de los incrementos obtenidos del Sistema(2). Los resultados finales van a ser interdependientes.

$$\begin{aligned} (\mu)_{MV} &= (\mu)_M + \delta\mu \\ (\alpha)_{MV} &= (\alpha)_M + \delta\alpha \end{aligned}$$

3. GRÁFICAS DE PROBABILIDADES Y PERIODOS DE RETORNO. TABLAS DE LOS PARÁMETROS ASOCIADOS

Se eligieron siete puntos de grid situados en zonas de diferentes características climáticas de la Península Ibérica y de las Islas Baleares; la malla no está extendida a las islas Canarias.

La tabla 3.1 contiene los estadísticos de las series y los valores de los parámetros obtenidos con los dos ajustes aplicados. Las fig. 3.1 a fig. 3.3 se han obtenido con el método de ajuste por Momentos. La Figura 3.4 nos muestra las versiones de los dos ajustes para el punto 194, del que se aportan las tablas completas.

En todas las gráficas se tiene,

- En abcisas: datos de Precipitación Máxima en 24h Anual (mm).
- En ordenadas: en verde: Probabilidad (%)- Función de Gumbel.
en azul: Periodos de Retorno (años).
en rojo: Probabilidad (%)-Función Empírica.

Punto de Grid	Periodo 1960-1996			Momentos				Máxima Verosimilitud			
	Media	D. Típica	Mediana	μ	α	S_n	Y_n	μ	α	S_n	Y_n
31	33.69	9.40	33.19	29.193591	8.309451	1.131265	0.541053	29.193550	8.309400	1.131249	0.541128
61	51.59	31.77	41.73	36.400249	28.080584	1.131265	0.541053	38.081405	27.879005	1.139567	0.484544
72	64.28	30.64	61.52	49.627624	27.087382	1.131265	0.541053	50.383207	26.924037	1.138017	0.516148
87	48.45	13.77	45.58	41.864325	12.172473	1.131265	0.541053	42.828395	11.866472	1.160412	0.473739
103	25.11	7.32	23.63	21.609169	6.472971	1.131265	0.541053	21.838889	6.422758	1.139667	0.509300
120	43.91	14.48	41.70	36.983188	12.795790	1.131265	0.541053	36.983188	12.946889	1.125076	0.538204
194	52.43	12.31	51.95	46.541776	10.878277	1.131265	0.541053	46.314653	10.918451	1.127449	0.560093

Tabla 3.1.- Parámetros asociados a los dos ajustes relativos a los puntos de grid elegidos.

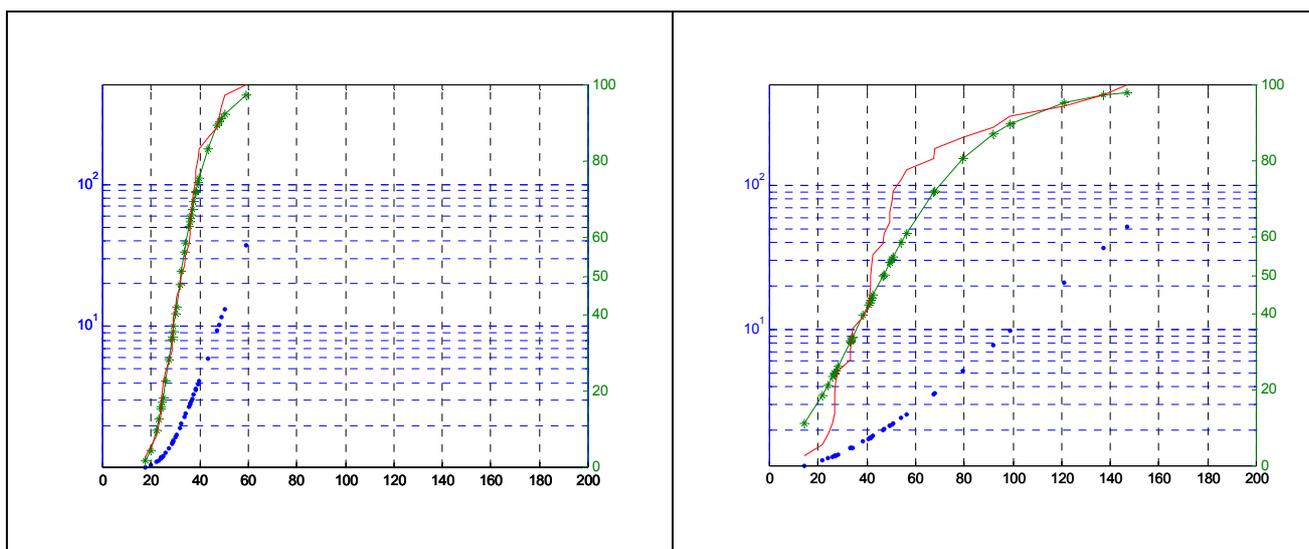
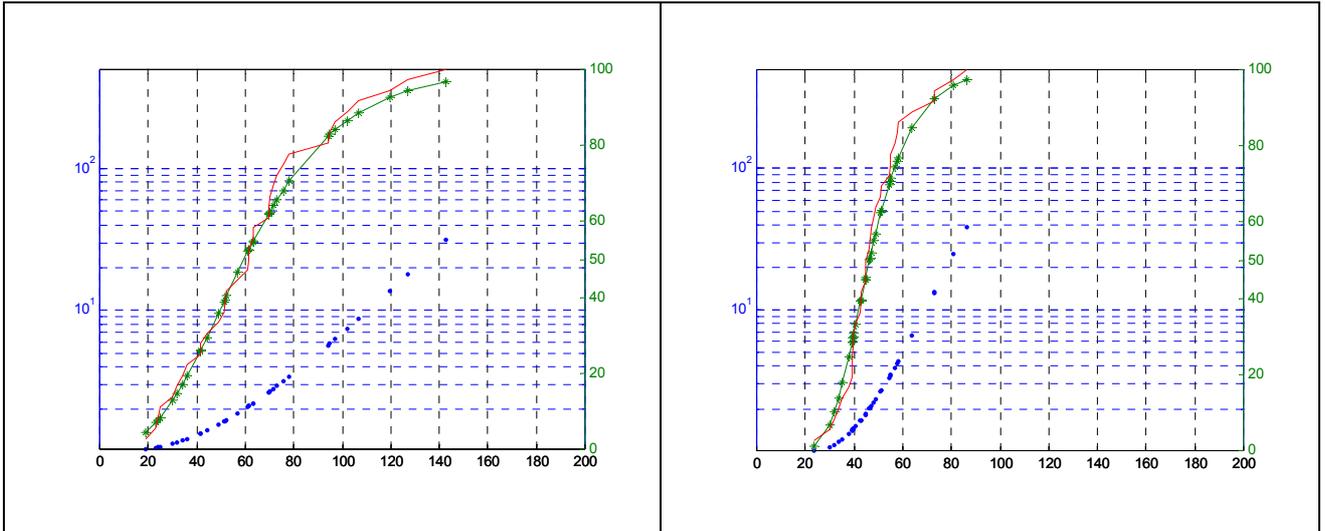
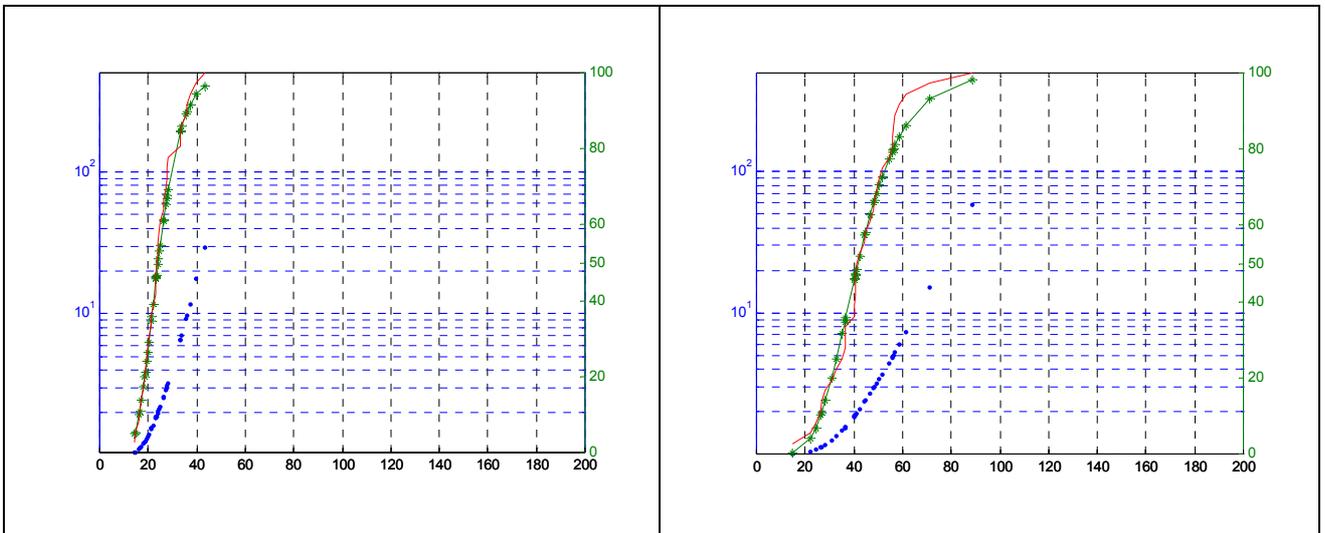


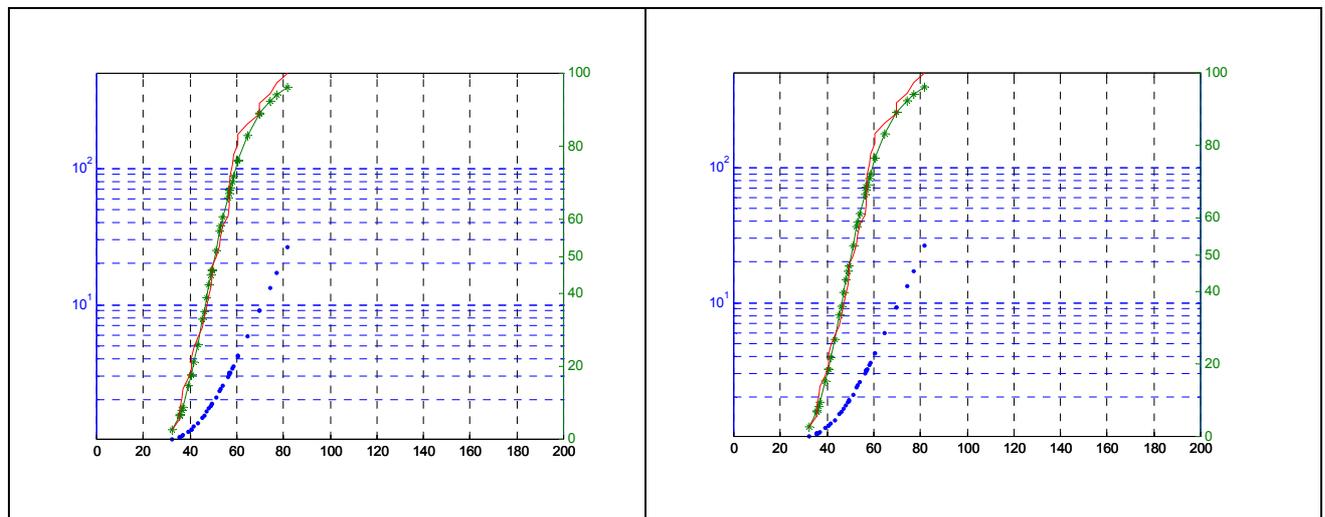
Fig. 3.1. Izqda: Punto de grid 31; Interior de Andalucía.
Dcha: Punto de grid 61; Isla mediterránea, próximo a Ibiza.



**Fig.3.2.- Izqda: Punto de grid 72; Litoral de Valencia.
Dcha: Punto de grid 87; Oeste del Sistema Central.**



**Fig. 3.3.- Izqda: Punto de grid 103; Interior centro de la Península, próximo a Madrid.
Dcha: - Punto de grid 120; Litoral de Cataluña, próximo a Barcelona.**



**Fig.3.4.- Punto de grid 194; Litoral Cantábrico, próximo a Santander.
Izqda: Ajuste por Momentos. Dcha: Ajuste de Máxima Verosimilitud.**

Punto 194	Intervalos de Confianza(mm)							
	Valor esperado (mm)		Nivel de confianza del 95%		Nivel de confianza del 90%		Nivel de confianza del 80%	
	M	MV	M	MV	M	MV	M	MV
2	50.53	50.32	3.71	3.68	3.11	3.09	2.43	2.41
5	62.86	62.69	6.68	6.62	5.60	5.56	4.37	4.33
10	71.02	70.88	9.20	9.15	7.72	7.68	6.02	5.99
25	81.34	81.23	12.55	12.52	10.53	10.50	8.21	8.19
50	88.99	88.90	15.09	15.07	12.67	12.64	9.87	9.85
75	93.44	93.37	16.58	16.56	13.92	13.90	10.85	10.83
100	96.58	96.53	17.64	17.62	14.80	14.79	11.54	11.52
250	106.58	106.56	21.01	21.00	17.64	17.63	13.74	13.74
500	114.14	114.14	23.57	23.57	19.78	19.78	15.42	15.42

Tabla 3.2.- Punto de grid 194: Intervalos de confianza utilizando los dos ajustes.

Serie Ordenada 1961-1996 Punto 194	Periodo de Retorno		Probabilidad	
	M	MV	M	MV
32.38	1.03	1.03	2.53	2.79
35.52	1.07	1.07	6.37	6.80
35.69	1.07	1.08	6.64	7.09
36.37	1.09	1.09	7.83	8.32
36.86	1.10	1.10	8.76	9.28
39.44	1.17	1.18	14.65	15.31
40.55	1.21	1.23	17.65	18.35
40.56	1.22	1.23	17.68	18.38
41.73	1.27	1.28	21.09	21.83
43.25	1.35	1.36	25.84	26.61
45.36	1.49	1.51	32.80	33.58
46.01	1.54	1.56	34.99	35.76
47.15	1.64	1.66	38.84	39.60
48.18	1.73	1.76	42.31	43.04
48.93	1.81	1.84	44.80	45.52
49.93	1.86	1.88	46.12	46.83
49.40	1.86	1.89	46.35	47.06
51.08	2.07	2.10	51.74	52.40
52.82	2.33	2.36	57.03	57.63
53.28	2.40	2.44	58.38	58.96
54.14	2.55	2.59	60.82	61.36
56.13	2.95	2.99	66.09	66.57
56.59	3.05	3.10	67.23	67.69
56.92	3.13	3.17	68.03	68.48
56.94	3.13	3.18	68.08	68.53
57.17	3.19	3.23	68.63	69.07
57.98	3.39	3.44	70.51	70.92
58.55	3.54	3.60	71.78	72.18
60.65	4.18	4.24	76.08	76.41
60.69	4.19	4.26	76.16	76.49
64.81	5.88	5.96	82.99	83.21
69.88	9.06	9.17	88.96	89.09
69.95	9.11	9.23	89.02	89.16
74.20	13.22	13.38	92.44	92.52
77.02	16.98	17.17	94.11	94.17
81.88	26.26	26.51	96.19	96.22

Tabla 3.3.- Serie ordenada del punto de gris 194.

En azul, periodos de retorno .

En verde, probabilidades obtenidas con la Función de Gumbel.

4. MAPAS DE ISOYETAS.

Los mapas de isoyetas se han obtenido con el método de ajuste por momentos y se han superpuesto a la malla de puntos.

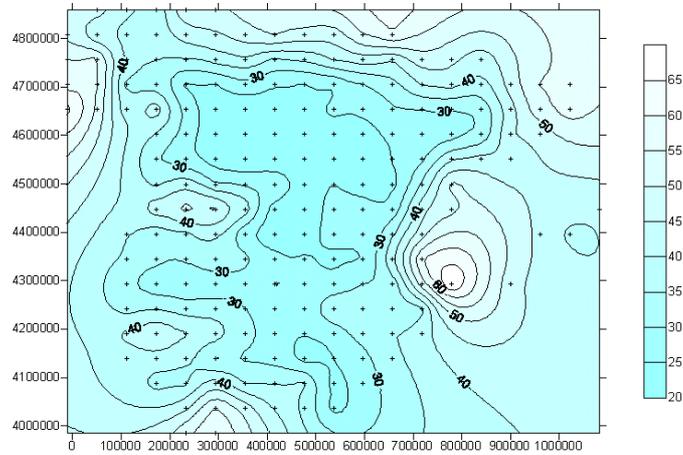


Fig. 4.1: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 2 años.

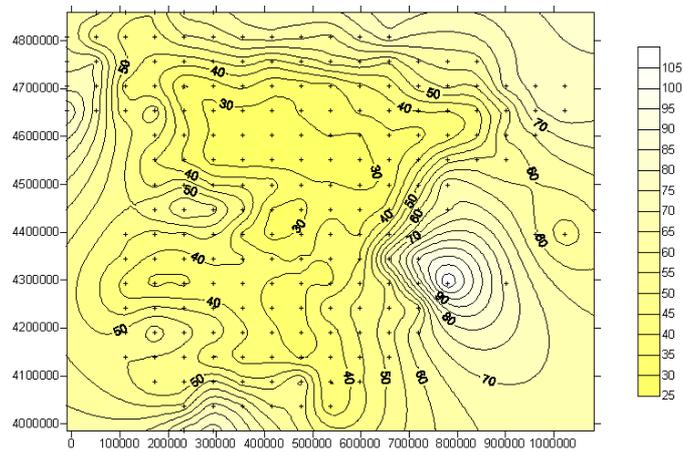


Fig. 4.2 : Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 5 años.

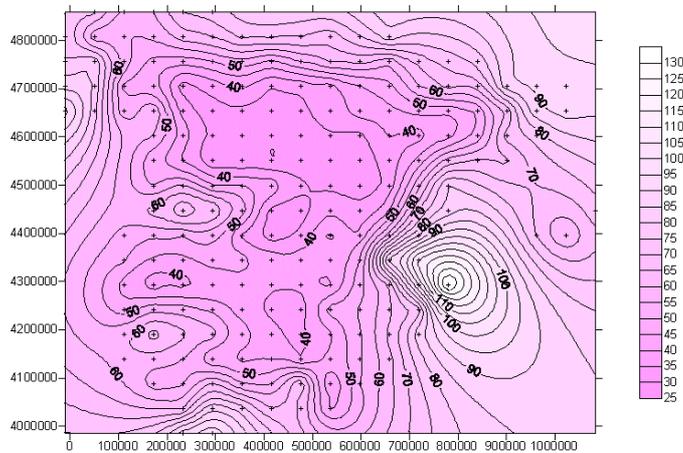


Fig. 4.3: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 10 años.

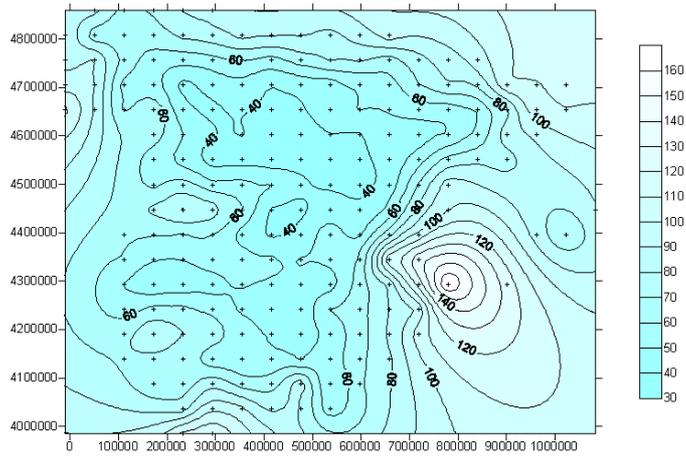


Fig. 4.4: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 25 años.

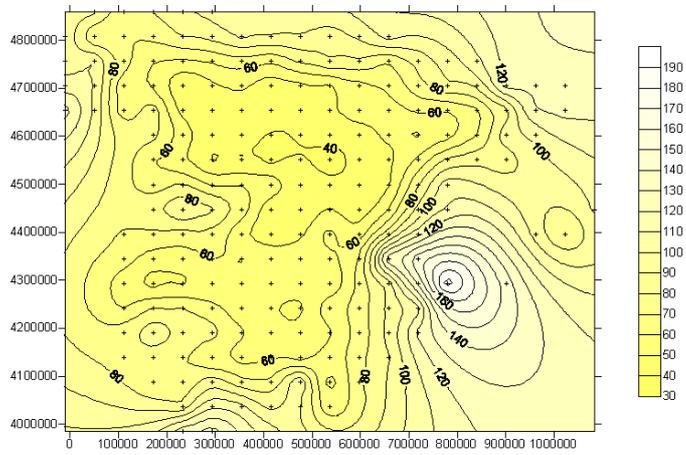


Fig. 4.5: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 50 años.

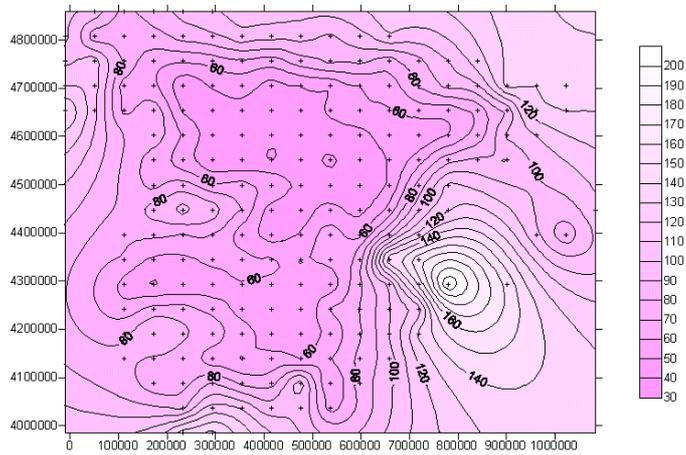


Fig. 4.6: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 75 años.

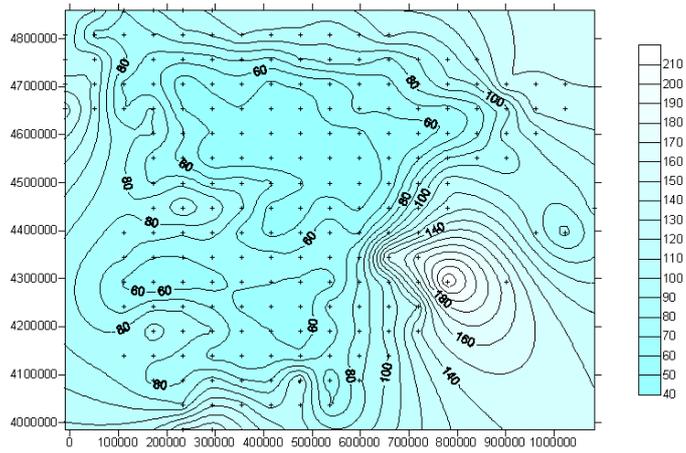


Fig. 4.7: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 100 años.

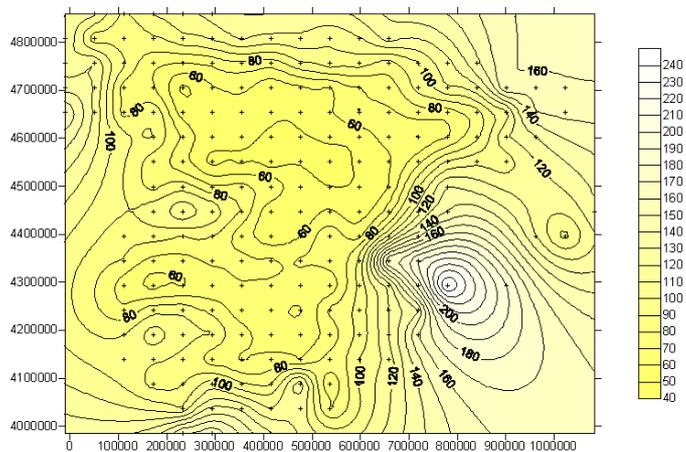


Fig. 4.8: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 250 años.

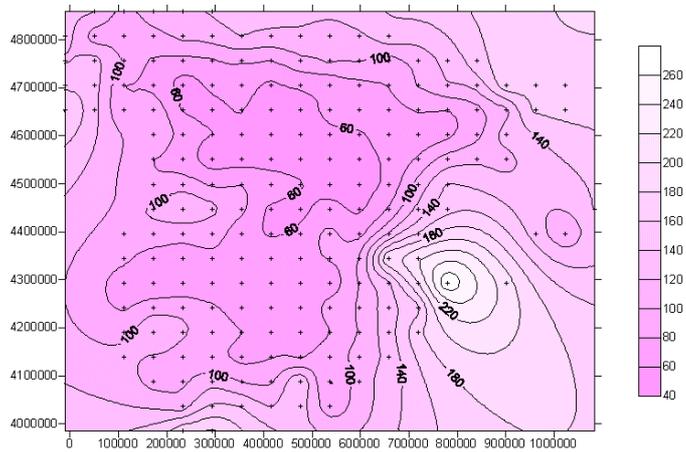


Fig. 4.9: Isoyetas (mm) para un Periodo de Retorno de 500 años.

5. CONCLUSIONES

Las probabilidades obtenidas con la función de distribución de Gumbel son muy similares a las obtenidas con la función empírica en todos los puntos de grid analizados, deduciéndose que los datos del resto de puntos tienen un comportamiento similar.

Cuando el resultado del ajuste de partida es muy bueno, el de los Momentos, resulta difícil mejorarlo, pues si con nuevos valores de los parámetros, los de Máxima Verosimilitud, se consigue que sea mejor en algún tramo, también sucede que pueda empeorar en otro. Los valores de los parámetros han variado décimas ó centésimas, lo que hace que las precipitaciones varíen en décimas de mm. Las gráficas obtenidas son casi idénticas. Luego, puede afirmarse que la base de datos de precipitación máxima en 24 horas del INM se define bien con la función de distribución de Gumbel.

En los mapas de isoyetas se observa que la señal de las intensas lluvias de Levante (sin rebasar los 225 mm/24h en la base de datos), junto a los máximos de la isla de Ibiza (algunos valores por encima de 100 mm/ 24h) hacen que los máximos sobre ésta área determinen el trazado de las isoyetas sobre el resto de la Península, especialmente en el Levante y la costa Mediterránea.

El trazado de las isoyetas guarda una gran similitud para todos los periodos de retorno, circundando la península, con valores más altos en los litorales, en el área del Estrecho y en el oeste del Sistema Central, destacando el significativo punto 61, próximo a Ibiza, máximo absoluto de todos los mapas. Los valores más bajos corresponden a las dos mesetas.

La mayoría de los valores de periodos de retorno obtenidos con la base de datos de trabajo se hallan por debajo del rango de 10 años.

Este estudio es el punto de partida de otro más extenso sobre precipitaciones areales.

AGRADECIMIENTOS

A Antonio Mestre, a Ismael SanAmbrosio Beirán, a Luis Balairón, a Jose Antonio López y a Yolanda Luna, porque cada vez que acudí a ellos me ayudaron con información sobre textos de estadística ó de programación, con explicaciones, sugerencias y valoraciones, y al INM por la disponibilidad total de su base de datos.

REFERENCIAS

- WMO, 1989. Statistical Distributions for Flood Frequency Analysis. World Meteorological Organization: Operational Hydrology Report, N°33; WMO N°718.
- Ferrer J., 1987, Análisis Estadístico de Caudales de Avenida. Centro de Estudios Hidrográficos. CEDEX .
- Servicio de Aplicaciones Meteorológicas del INM, 1998. Las Precipitaciones Máximas en 24 horas y sus Periodos de Retorno en España. Un Estudio por Regiones.
- Daniel Peña Sánchez de Rivera, 1999. Estadística: Modelos y Métodos, Vols. I y II. Alianza Ed.
- William H. Press, Saul A. Teukolsky, William T. Vetterling, Brian P. Fannery. Numerical Recipes in Fortran, the Art of the Scientific Computing, (2nd Ed.). Cambridge Press.